

Autoregressive & Distributed Lags Model

Lag: Waktu yang diperlukan timbulnya respons (Y) akibat suatu aksi (X)

Contoh:

- Pengaruh kredit terhadap produksi
- Suplai Uang mempengaruhi tingkat inflasi setelah beberapa kuartal
- Hubungan pengeluaran R & D dengan produktifitas
- Pengaruh perubahan pendapatan (permanent ?) terhadap konsumsi

Pengaruh Jangka Pendek Dan Jangka Panjang

$$Y_t = \alpha + \beta_0 X_t + \beta_1 X_{t-1} + \dots + \beta_k X_{t-k} + \varepsilon_t$$

$$Y_t = c + 0.4X_t + 0.3X_{t-1} + 0.2X_{t-2} + \varepsilon_t$$

Pengaruh (multiplier) jangka pendek = β_0

Pengaruh (respons) jangka panjang = $\sum_{k=0}^{\infty} \beta_k$

ΔY akibat kenaikan 1 unit X yang tetap berpengaruh terus

Alasan: Psikologis, teknologis, dan institusi.

Jika struktur lag infinite, maka jumlah lag infinite tapi jml bobot finite

Pendugaan Model Dengan Pendekatan Ad-Hoc (Alt & Tinbergen)

- Dengan OLS secara berurutan dan berhenti jika sudah tidak signifikan dan/atau berubah tanda
- Kelemahan:
 - ❑ Tidak ada petunjuk tentang panjang lag; hilangnya db
 - ❑ Multicollinearity → dapat dipecahkan jika struktur lag diketahui

Pendekatan Koyck (Geometrik Lag)

Menganggap koefisien (semuanya positif) menurun secara geometris

$$Y_t = \alpha + \beta X_t + \beta\omega X_{t-1} + \beta\omega^2 X_{t-2} + \dots + \varepsilon_t$$

Long run Respons: $\sum_{s=0}^{\infty} \beta\omega^s = \frac{\beta}{1-\omega}$

$$= \alpha + \beta \sum_{s=0}^{\infty} \omega^s X_{t-s} + \varepsilon_t; \quad 0 < \omega < 1$$

Cara transformasi koyck: $Y_t - \omega Y_{t-1} = \alpha(1-\omega) + \beta X_t + v_t$

Shg: $Y_t = \alpha(1-\omega) + \underbrace{\omega Y_{t-1}} + \beta X_t + v_t; \quad v_t = \varepsilon_t - \omega\varepsilon_{t-1}$

Pengganti penyebab multikol X_{t-1}, X_{t-2}, \dots

Adaptive Expectation Model (Rasionalisasi Model Koyck)

$Y_t = \alpha + \beta X_t^* + \varepsilon_t$; ΔY berkaitan dengan ΔX yang diharapkan

Y : Permintaan Uang, Konsumsi, Supply

X*: Tingkat bunga normal (yang diharapkan), permanent income,
expected price

Ekspektasi diasumsikan berubah setiap waktu, yang direvisi dengan penyesuaian antara pengamatan sekarang dengan nilai harapan periode sebelum

$$X_t^* - X_{t-1}^* = \theta (X_t - X_{t-1}^*); \quad 0 < \theta < 1$$

atau (1)... $X_t^* = \theta X_t + (1 - \theta) X_{t-1}^*$ \longrightarrow Rata-rata terboboti....(1)

*) disebut juga “progresive expectation atau error learning hypothesis”

Supaya mirip dengan geometrik lag yang memungkinkan pendugaan → kalikan $(1-\theta)^s$

$$(1-\theta)X_{t-1}^* = \theta(1-\theta)X_{t-1} + (1-\theta)^2 X_{t-2}^*$$

$$(1-\theta)^2 X_{t-2}^* = \theta(1-\theta)^2 X_{t-2} + (1-\theta)^3 X_{t-3}^* \quad \dots(2)$$

⋮

Subtitusikan (2) ke (1) dst..., sehingga :

$$X_t^* = \theta \left[X_t + (1-\theta)X_{t-1} + (1-\theta)^2 X_{t-2} + \dots \right] = \theta \sum_{s=0}^{\infty} (1-\theta)^s X_{t-s}$$

Note: $\theta \sum_{s=0}^{\infty} (1-\theta)^s = 1$ dan $Y_t = \alpha + \beta \theta \sum_{s=0}^{\infty} (1-\theta)^s X_{t-s} + \varepsilon_t$

Identik dengan yang terdahulu (geometrik lag)

$$Y_t = \alpha\theta + (1-\theta)Y_{t-1} + \beta\theta X_t + v_t ; v_t = \varepsilon_t - (1-\theta)\varepsilon_{t-1}$$

Stock Adjustment Model

$$Y_t^* = \alpha' + \beta' X_t + \varepsilon_t \quad \dots(3)$$

Misal : Stock yang diinginkan perusahaan fungsi linear dari penjualan; Konsumsi yang diinginkan fungsi linear dari kekayaan, Jumlah supply yang diinginkan....

Nerlove hypothesis :

Karena kendala informasi, teknis, institusi, dll. Nilai Y sebenarnya tidak dapat menyesuaikan dengan sempurna untuk mendapatkan nilai Y^* yang diinginkan. Proses penyesuaian ini, misalnya:

$$\underbrace{Y_t - Y_{t-1}}_{\Delta} = \gamma (Y_t^* - Y_{t-1}) \quad ; 0 < \gamma < 1 \quad \dots(4)$$

Δ Sebenarnya 'meresopon' sebagian perubahan yang diinginkan

Substitusikan Y_t^* dalam (3) dan (4)..., sehingga

$$Y_t = \alpha' \gamma + \gamma \beta' X_t + (1 - \gamma) Y_{t-1} + \gamma \varepsilon_t'$$

Mirip dengan geometrik lag model, tapi struktur errornya berbeda , yang dapat ditunjukkan:

$$Y_t = \alpha' + \gamma \beta' \sum_{s=0}^{\infty} (1 - \gamma)^s X_{t-s} + \underbrace{\gamma \sum_{s=0}^{\infty} (1 - \gamma)^s \varepsilon_{t-s}'}_{\text{Proses MA}}$$

Geometrik Lag Estimation

$$Y_t = \alpha(1 - \omega) + \omega Y_{t-1} + \beta X_t + v_t$$

- Jika ε_t berkorelasi serial, maka dihilangkan dengan v_t
- Adanya Y_{t-1} → Dugaan OLS berbias meskipun masih konsisten
- Jika Y_{t-1} berkorelasi dengan v_t → dugaan OLS berbias dan tidak konsisten

Dapat dengan metode peubah instrumental atau kemungkinan maksimum. Misal X_{t-1} sebagai peubah instrumental bagi Y_{t-1}

(i) instrumen : $\hat{Y}_{t-1} = f(X_{t-1}, X_{t-2}, \dots)$ atau

(ii) Cari peubah Z yang berkorelasi dengan Y_{t-1} tetapi tidak berkorelasi dengan v_t

Note: peubah instrumen ekuivalen dengan peubah dugaan dalam regresi OLS tahap I dalam metode 2 SLS

Model 'adaptive expectation' dapat dianggap sebagai 'rational expectation' jika dapat diasumsikan bahwa X merupakan P. stokastik, yang nilainya dibangkitkan dengan:

$$X_t = X_{t-1} + \underbrace{v_t - \theta v_{t-1} \dots}_{\text{MA (1)}} ; v_t \text{ white noise}$$

karena $v_{t-1} = X_{t-1} - X_{t-2} + \theta v_{t-2}$

$$\begin{aligned} \text{shg } X_t &= X_{t-1} + v_t - \theta (X_{t-1} - X_{t-2} + \theta v_{t-2}) \\ &= (1 - \theta) X_{t-1} + \theta X_{t-2} + v_t - \theta^2 v_{t-2} \end{aligned}$$

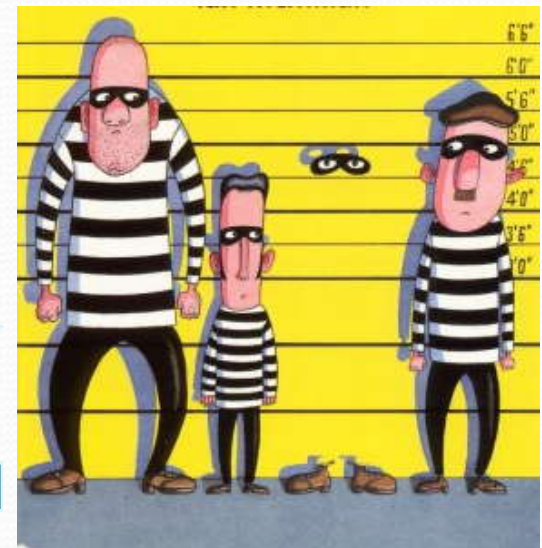
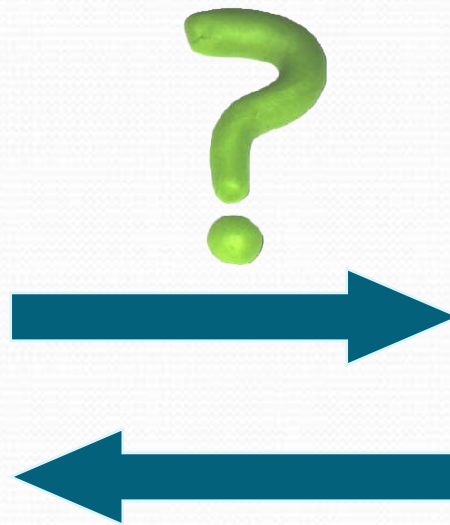
Dengan menggantikan v_{t-2}, v_{t-3} dst, maka :

$$X_t = (1 - \theta) [X_{t-1} + \theta X_{t-2} + \theta^2 X_{t-3} + \dots] + v_t \dots \text{dst}$$

Uji Kausalitas Penelitian



Semakin tinggi
jumlah polisi



Semakin tinggi
(rendah) jumlah
kriminalitas

Permasalahan



Note:

Jika $X \rightarrow Y$ maka X mendahului Y (X merupakan *leading variable*)

Dua Kondisi Berlaku

- 1) X seharusnya membantu memprediksi Y; yaitu dalam regresi Y_t dengan Y_{t-k} , Penambahan X_{t-k} sebagai peubah bebas seharusnya berkontribusi nyata dalam peubah tersebut.
- 2) Y seharusnya **tidak** membantu memprediksi X. Karena jika X membantu memprediksi Y dan Y membantu memprediksi X, kemungkinan ada minimal 1 peubah lain mempengaruhi keduanya.

Prosedur Pengujian

- a) $H_0: X$ tidak mempengaruhi Y ($\beta_0 = \beta_1 = \dots = \beta_m = 0$) vs
 $H_1: X$ mempengaruhi Y (minimal ada $\beta_i \neq 0$)

Statistik Uji:
$$F = (N - k) \frac{(ESS_R - ESS_{UR})}{q(ESS_{UR})}$$

k = jumlah parameter dalam model = $m+q$

q = jumlah parameter yang direstriksi

Unrestricted
Model :

$$Y = \sum_{i=1}^m \alpha_i Y_{t-i} + \sum_{i=1}^q \beta_i X_{t-i} + \varepsilon_t$$

Prosedur Pengujian (lanjutan)

Anova Unrestricted

Source	df	SS	MS	F
Model (unrestricted)	$m+q=$ k	RSS_{UR}	RSS_R/k	
Restricted Model	m	RSS_R		
$X_{t-i} Y_{t-i}$	q	$RSS_{UR}-$ RSS_R	$(RSS_{UR}-$ $RSS_R)/q$	$\frac{(RSS_{UR} - RSS_R)/q}{ESS_{UR} / (n - k)}$
Error	$N-k$	ESS_{UR}	$ESS_R/N-k$	
Total	N	TSS		

Prosedur Pengujian (lanjutan)

Restricted

($\beta_0 = \beta_1 = \dots = \beta_m = 0$)

$$Y = \sum_{i=1}^m \alpha_i Y_{t-i} + \varepsilon_t$$

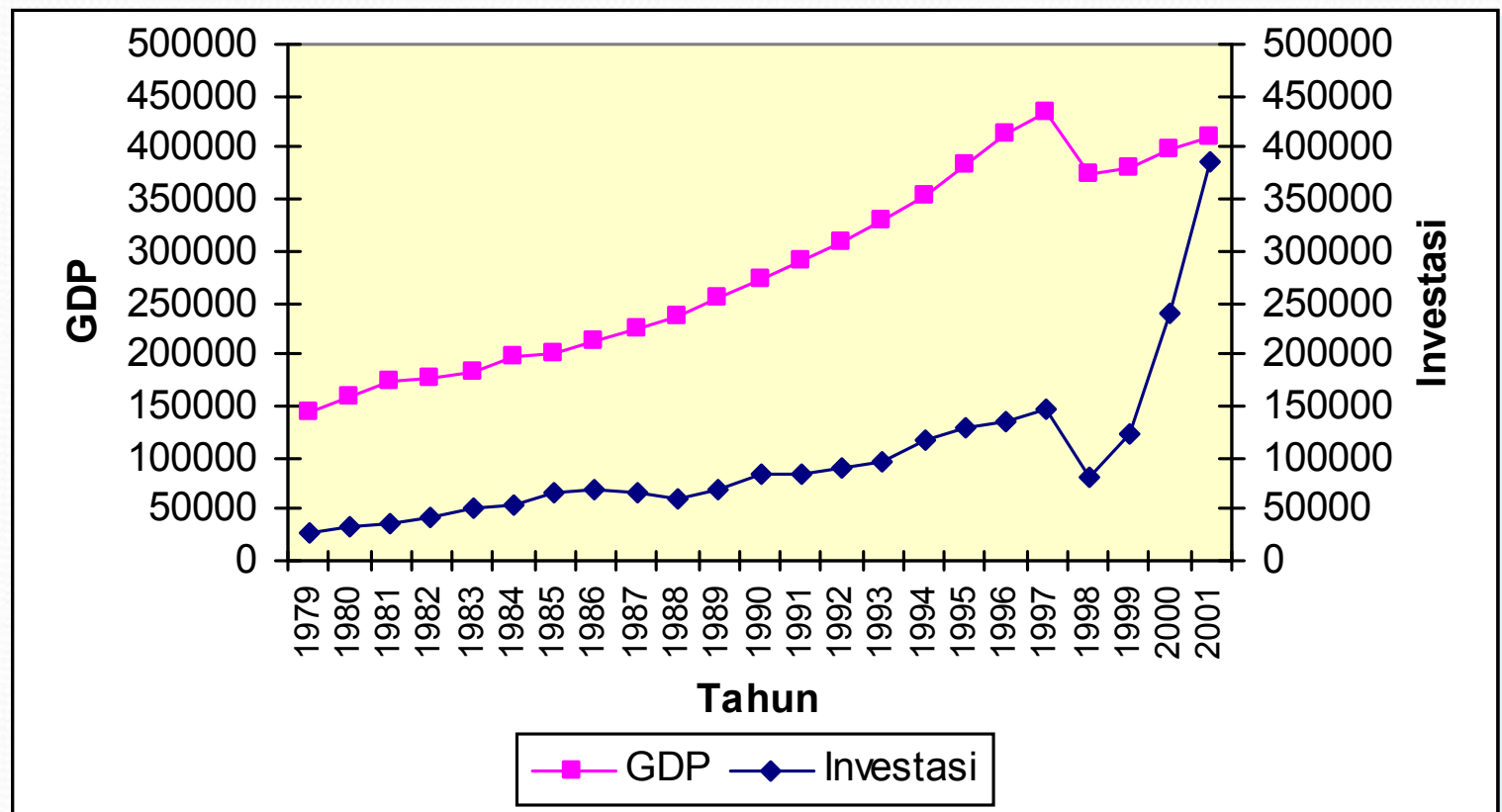
Anova Restricted

Model

Source	df	SS	MS	F
Model (restricted)	m	RSS_R	RSS_R/m	RMS_R/E MS_R
Error	N-m	ESS_R	$ESS_R/N-m$	
Total	N	TSS		

ILUSTRASI

Berikut data GDP(Y_t) dan Investasi(X_t) tahun 1979-2001 dalam milyar rupiah dengan harga



$H_0 : X$ tidak mempengaruhi Y
 vs $H_1 : X$ mempengaruhi Y

Restricted Model : $Y_t = 1.24 Y_{t-1} - 0.355 Y_{t-2} +$

Source	DF	SS	MS	F	P
Restricted Model	3	1.96E+12	6.53E+11	1683.95	0
Residual Error	17	6.6E+09	3.88E+08		
Unrestricted Model: $Y_t = 1.71Y_{t-1} - 1.69Y_{t-2} + 1.31Y_{t-3} - 0.592X_{t-1} + 0.999X_{t-2} - 1.28X_{t-3}$	20	1.97E+12			

Source	DF	SS	MS	F
Unrestricted Model	6	1.96E+12	3.3E+11	944.04
Restricted Model	3	1.96E+12	6.5E+11	
$X_{t-i} Y_{t-i}$	3	1.74E+09	5.8E+08	1.67
Error	14	4.85E+09	3.5E+08	
Total	20	1.97E+12		

H_0 : Y tidak mempengaruhi X vs H_1 : Y mempengaruhi X
 (minimal ada $\beta_i \neq 0$)

Restricted Model : $X_t = 1.80 X_{t-1} - 1.18 X_{t-2} + 0.537 X_{t-3}$

Source	DF	SS	MS	F	P
Restricted Model	3	336404000000	112135000000	89.9	0
Residual_Error	17	21205658204	1247391659		
Total		357609000000			

Unrestricted Model:
 $X_t = 1.43X_{t-1} + 0.32X_{t-2} - 1.40X_{t-3} - 0.693Y_{t-1} - 1.03Y_{t-2} + 2.05Y_{t-3}$

Source	DF	SS	MS	F
Unrestricted Model	6	350879000000	58479761758.0	121.64
Restricted Model	3	336404000000	112134666666.67	
$X_{t-i} Y_{t-i}$	3	144750000000	48250000000.00	10.04
Residual	14	6730836561	480774040.00	

Kesimpulan

- Dari hasil anova diperoleh $F=1.67$ berarti lebih kecil dari $F_{0.05(3,14)}=3.34389$ sehingga terima H_0 pada taraf nyata 5% ($\beta_1=\beta_2=\beta_3=0$), dapat disimpulkan Investasi(X_t) tidak mempengaruhi GDP(Y_t).
- Dari hasil anova diperoleh $F=10.04$ berarti lebih besar dari $F_{0.05(3,14)}=3.34389$ sehingga tolak H_0 pada taraf nyata 5% (minimal ada $\beta_i \neq 0$), dapat disimpulkan GDP(Y_t) mempengaruhi Investasi(X_t).
- Hasil uji kausalitas menyatakan bahwa GDP(Y_t) mempengaruhi Investasi(X_t), namun Investasi(X_t) tidak mempengaruhi GDP(Y_t).