OPERATIONS RESEARCH

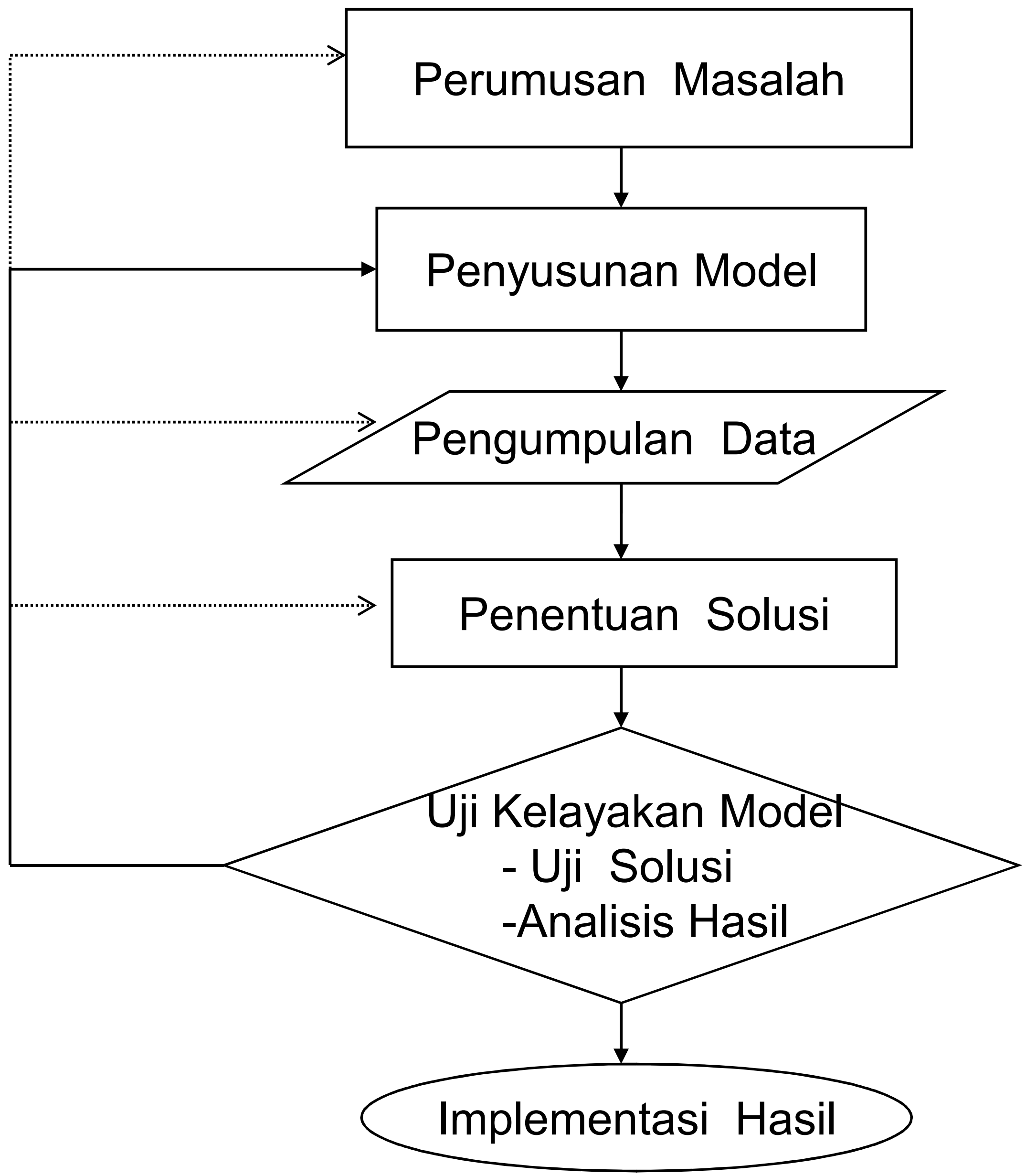
oleh

Bambang Juanda

- **<u>Analisis (Metode) Kuantitatif</u>**: pendekatan ilmiah dalam **pembuatan keputusan manajerial**.

- **<u>Operations Research (Management Sciences)</u>**: Aplikasi metode-metode kuantitatif dalam pembuatan keputusan di lingkungan bisnis, industri, pemerintah, militer, dll dgn tujuan memperbaiki kualitas keputusan manajerial

TAHAPAN UMUM DALAM *OPERATION RESEARCH*



Pendekatan OR (*Management Sciences*) dalam Pemecahan Masalah

1. Menerapkan Metode Ilmiah:
   a) pengamatan & perumusan masalah
   b) penyusunan Model (Hipotesis)
   c) pengumpulan data
   d) penentuan, uji, & analisis solusi/hasil
2. Pedekatan sistem (utk mencapai tujuan organisasi secara keseluruhan)

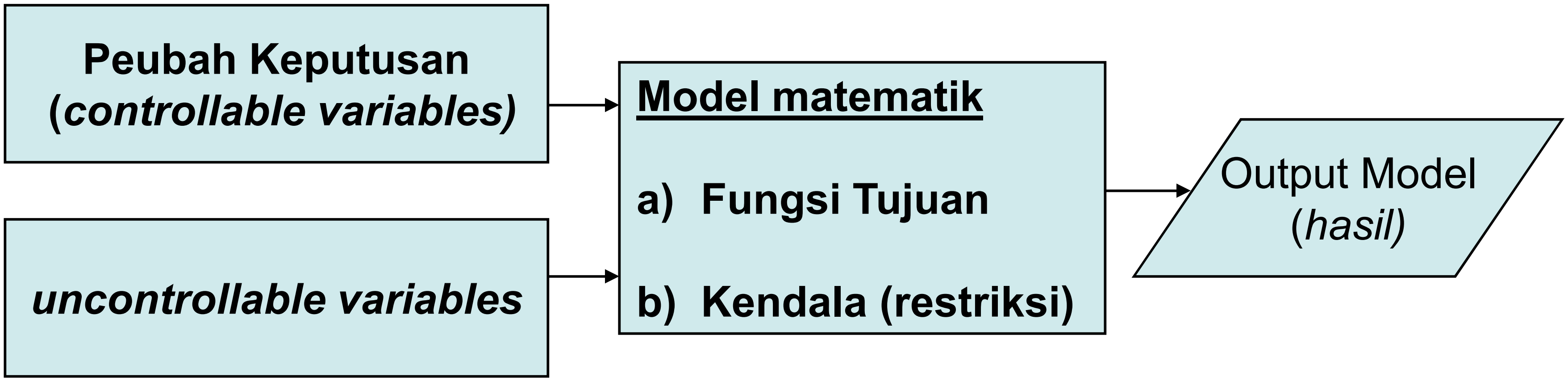
Penyusunan Model

Model: Abstraksi (penyederhanaan) realitas

Ada 3 jenis Model:

1. Model *Iconic*; representasi fisik dari objek dgn skala berbeda. Mis: mobil2an.
2. Model Analog (skematik); digambarkan dgn sifat fisik lainnya. Meteran (ukuran) temperatur mobil menggambarkan sistem pendingin mobil.
3. Model matematik (simbol)

Symbolic (Mathematical) Model



Peubah Keputusan: nilainya dari output model (dikontrol *decision maker)*

Peubah yg tidak dapat dikontrol:
1) Nilai diketahui pasti → koefisien model (model deterministik)
2) Nilai tidak diketahui pasti → model stokastik

Kendala *(constraint):* membatasi nilai peubah keputusan akibat kendala teknologi, ekonomi, sumberdaya yg berkaitan dgn pemasalahan, dll.

LINEAR PROGRAMMING

suatu teknik pemodelan matematika yang dirancang untuk membantu manajer dalam pengambilan keputusan dalam pengalokasian sumberdaya yang terbatas

Empat Karakteristik Masalah LP:

1) Cari **TUJUAN** optimal (maks /min).
2) Ada **kendala** atau restriksi.
3) Ada **alternatif** (bisa tak hingga) keputusan yang dapat dipilih.
4) Semua komponen model dlm persamaan atau pertidaksamaan **linear**.

5 *Asumsi Dasar* Masalah LP:

1) Kondisi pasti (***certainty***), semua parameter model dapat diperkirakan dan nilainya tidak berubah selama periode pengkajian.
2) ***Proporsionality***; jika harga 1 TV Rp 1 juta, maka harga 5 TV Rp 5 juta.
3) ***Additivity***; total semua aktivitas sama dengan jumlah aktivitas-aktivitas individu.
4) ***Divisibility***; solusi dapat berupa bilangan pecahan.
5) ***Nonnegativity***; kuantitas tidak mungkin bernilai negatif.

Contoh Masalah Perusahaan Furnitur

Sebuah perusahaan furnitur memproduksi meja dan kursi dengan harga bersaing. Proses produksi keduanya serupa, membutuhkan beberapa jam di bagian *carpentry* (memotong, mengukir, dan lain-lain) dan bagian *finishing* (penghalusan dan penge-catan). Untuk memproduksi 1 meja membutuhkan waktu 4 jam di bagian *carpentry*, dan 2 jam di bagian *finishing*. Sedangkan untuk memproduksi 1 kursi membutuhkan waktu 3 jam di bagian *carpentry*, dan 1 jam di bagiam *finishing*. Tiap minggu produksi berjalan, 240 jam tersedia di bagian *carpentry* dan 100 jam di bagian *finishing*. Keuntungan tiap meja adalah $ 7; dan keuntungan tiap kursi adalah $ 5. Perusahaan ingin menentu-kan jumlah meja dan jumlah kursi yang diproduksi agar memberikan keuntungan maksimum.

Data Perusahaan Furnitur

	Jumlah jam utk memproduksi 1 unit		Jumlah jam per minggu
Department	Meja (X_1)	Kursi (X_2)	
Carpentry	**4**	**3**	240
Painting/ varnishing	**2**	**1**	100
Profit per unit	$ 7	$ 5	

Peubah keputusan: X_1= jumlah meja yang diproduksi
X_2= jumlah kursi yang diproduksi

Tujuan Maks keuntungan = $7\,X_1 + 5\,X_2$

Dengan ***kendala***:

$4\,X_1 + 3\,X_2 \leq 240$ (*carpentry constraint*)

$2\,X_1 + 1\,X_2 \leq 100$ (*painting constraint*)

$X_1,\ X_2 \geq 0$ (*nonnegativity constraint*)

Struktur Data Model LP

Pemakaian sumber per unit kegiatan

Jenis Kegiatan / Jenis Sumber (fasilitas)/kendala	1	2	3	. . .	n	Kapasitas sumber
1	a_{11}	a_{12}	a_{13}	. . .	a_{1n}	b_1
2	a_{21}	a_{22}	a_{23}	. . .	a_{2n}	b_2
3	a_{31}	a_{32}	a_{33}	. . .	a_{3n}	b_3
.	.	.	.		.	.
.	.	.	.		.	.
m	a_{m1}	a_{m1}	a_{m1}	. . .	a_{m1}	b_m
Perubahan Z tiap unit Tingkat kegiatan	C_1 X_1	C_2 X_2	C_3 X_3	. . . . . .	C_n X_n	

Model Umum LP

Fungsi Tujuan : Maks $Z = C_1 X_1 + C_2 X_2 + . . . + C_n X_n = \sum_{j=1}^{n} C_j X_j$

Dengan kendala : $\sum_{j=1}^{n} a_{ij} X_{ij} \leq b_i$, $I = 1, 2, . . . , m$

atau

$$a_{11} X_1 + a_{12} X_2 + . . . + a_{1n} X_n \leq b_1$$
$$a_{21} X_1 + a_{22} X_2 + . . . + a_{2n} X_n \leq b_2$$
$$:$$
$$a_{m1} X_1 + a_{m2} X_2 + . . + a_{mn} X_n \leq b_m$$
$$X_j \geq 0, \ j = 1, 2, 3, . . . n$$

X_j : Tingkat kegiatan ke-j yang dipilih

a_{ij} : banyaknya sumber (fasilitas) ke-i yang diperlukan untuk menghasilkan 1 unit kegiatan (output) ke-j

b_i : banyaknya sumber ke-i yang tersedia untuk dialokasikan ke setiap unit kegiatan

Z : Nilai yang dioptimalkan (maks atau minimum)

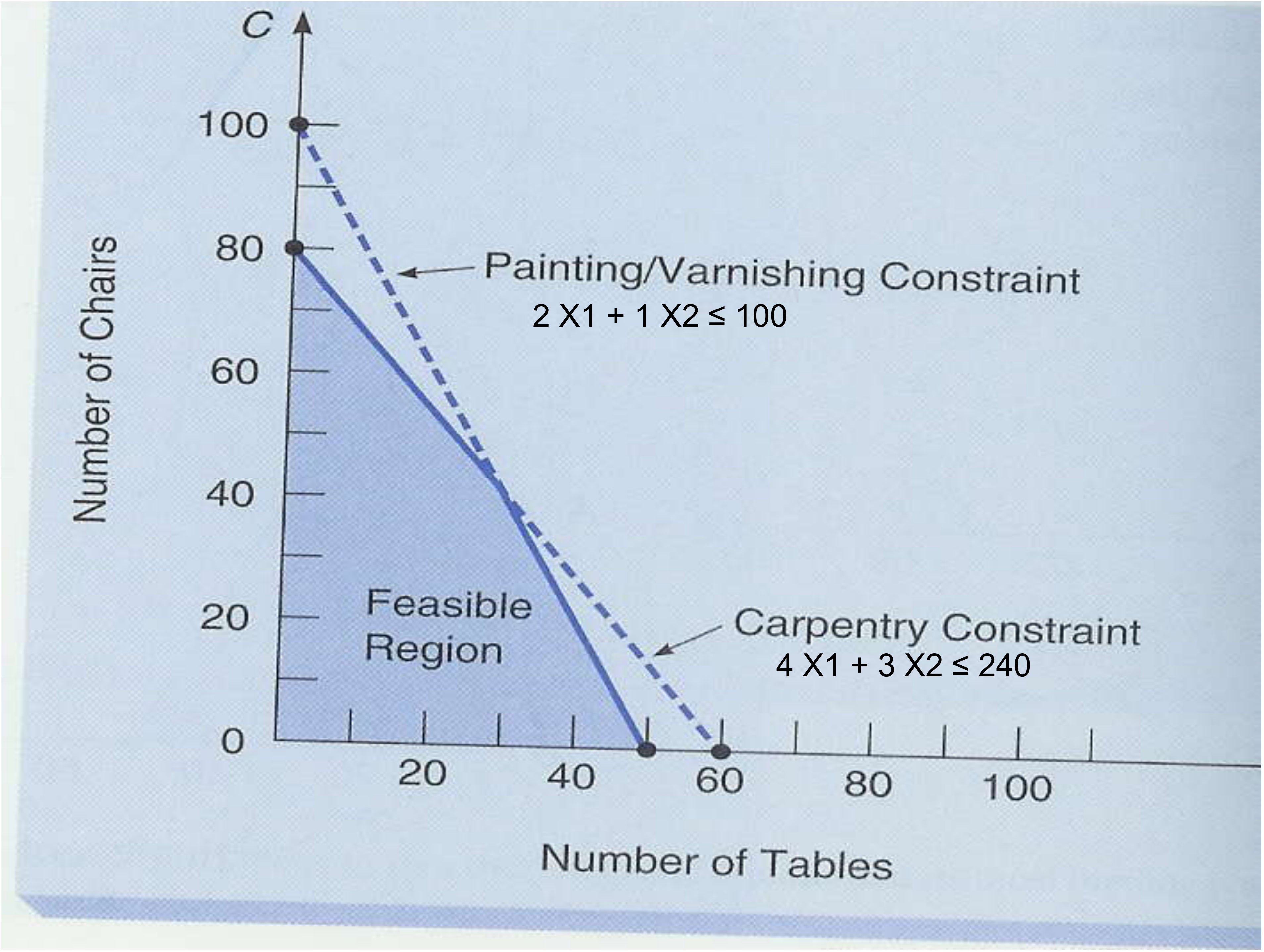
C_j : Kenaikan nilai Z jika ada pertambahan 1 unit kegiatan ke-j = $\frac{\nwarrow Z}{\nwarrow X_j}$

Metode Grafik

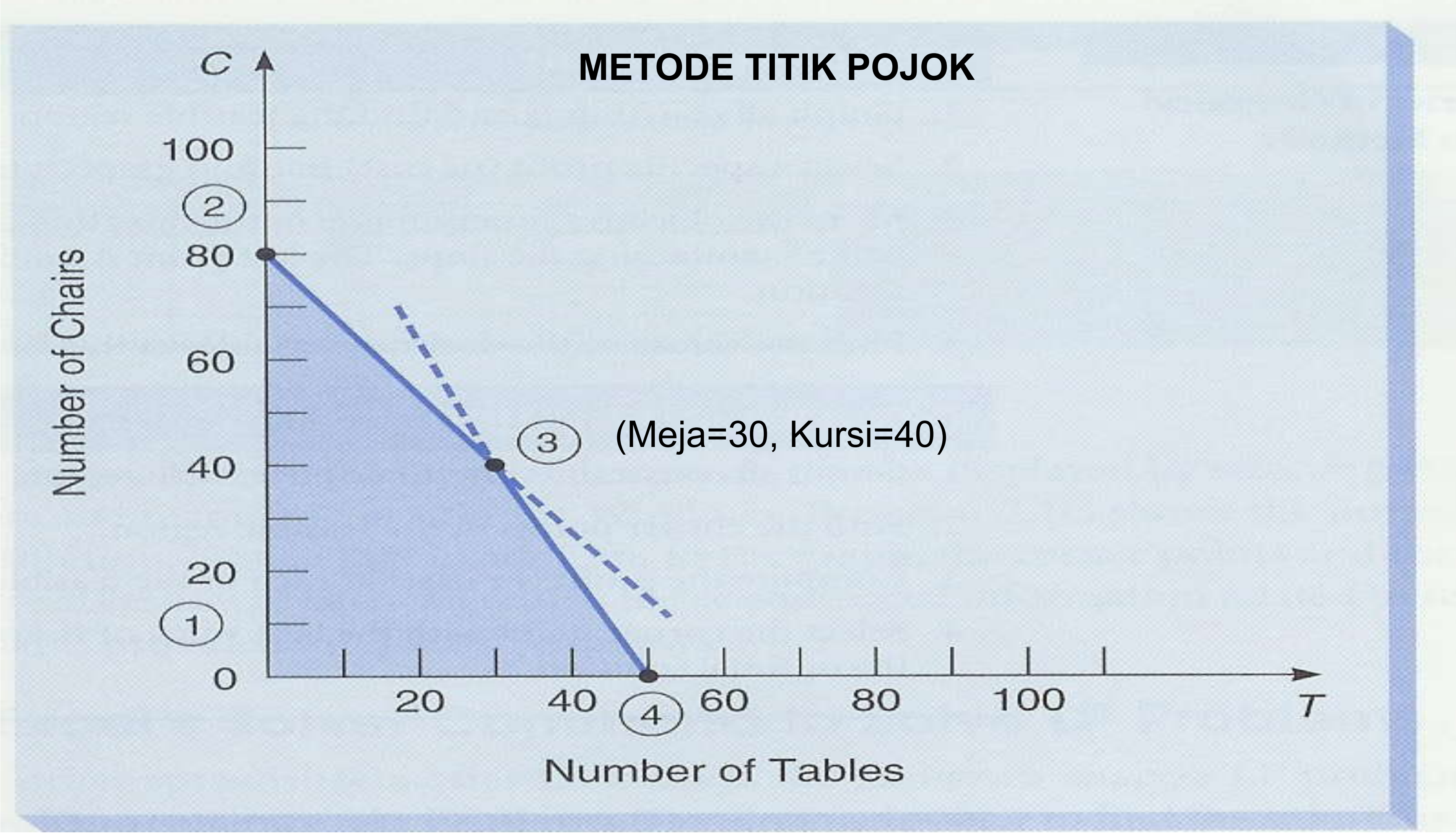
- Paling mudah, hanya 2 peubah keputusan
- Memberikan penjelasan prosedur metode lain (simpleks)

Tahapan Solusi dengan Metode Grafik

1. Formulasikan masalah dalam fungsi matematika;
2. Buat grafik semua persamaan kendala;
3. Identifikasikan daerah solusi *feasible*;
4. Pilih salah satu tehnik grafik:
   - metode Titik Pojok
   - metode garis *iso-profit* atau *iso-cost*;
5. Cari Solusi optimal.


C
100
80
60
40
20
0
Number of Chairs
Painting/Varnishing Constraint
2 X1 + 1 X2 ≤ 100
Feasible
Region
Carpentry Constraint
4 X1 + 3 X2 ≤ 240
20
40
60
80
100
Number of Tables

METODE TITIK POJOK



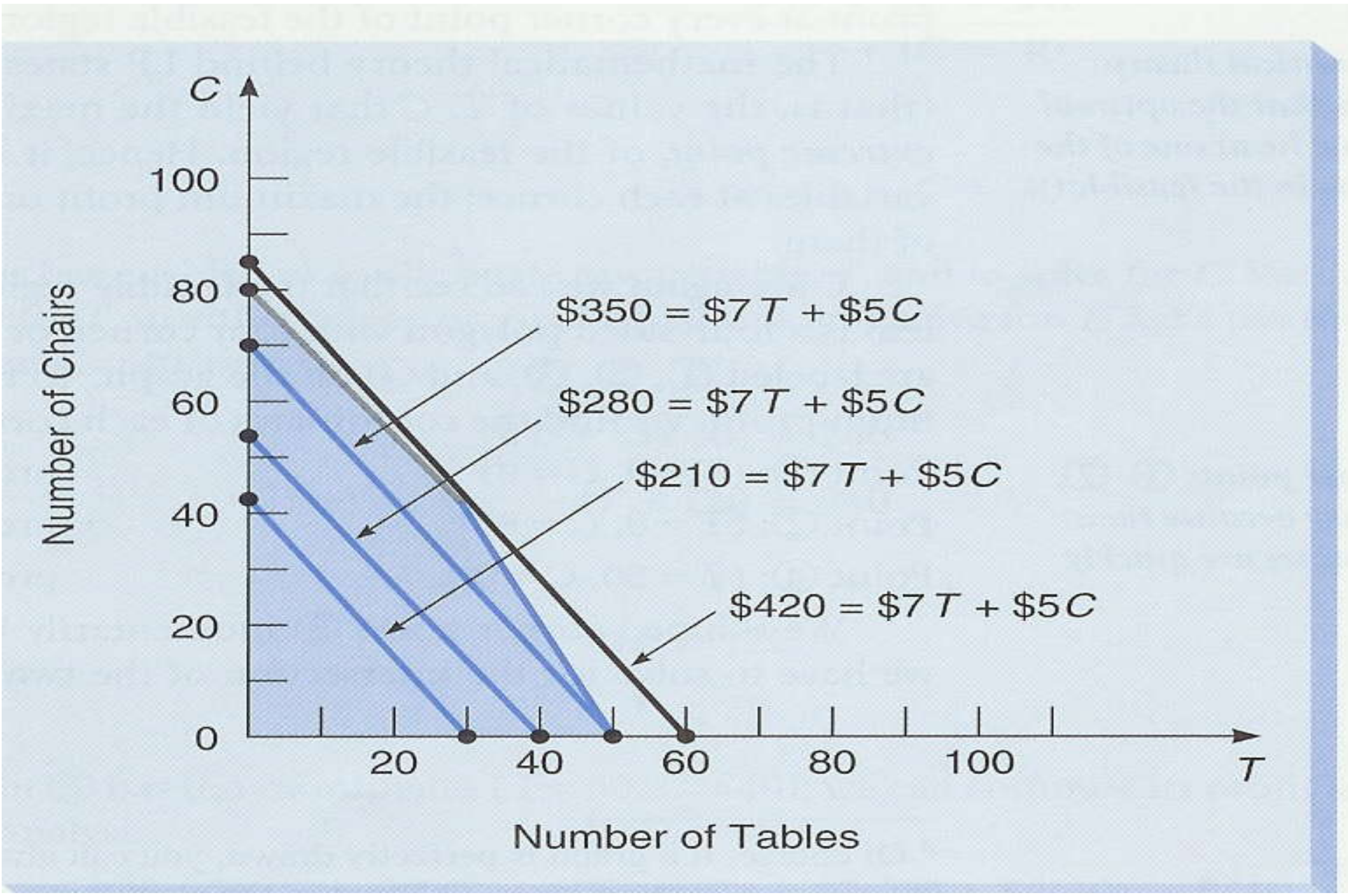
Evaluasi nilai fungsi tujuan 7 X_1 + 5 X_2 , untuk semua titik pojok (X_1,X_2)

1- (0, 0) → 7 (0) + 5 (0) = $ 0
2- (0,80) → 7 (0) + 5 (80) = $ 400
3- (30,40) → 7 (30) + 5 (40) = $ 410 (**maksimum/optimal**)
4- (50, 0) → 7 (50) + 5 (0) = $ 350

Metode garis *iso-profit* (untuk masalah maksimisasi)

1) buat garis dgn kemiringan sama dengan fungsi tujuan;

2) geser ke kanan atas sampai nyinggung titik paling luar daerah solusi *feasible*.
(dalam gambar, persamaan garis: $410=7\ X_1 + 5\ X_2$ menyinggung titik $X_1=30$ dan $X_2=40$)



Contoh masalah Minimisasi

Sebuah peternakan ayam kalkun ingin membeli 2 jenis pakan ayamnya dan mencampurkannya untuk memberikan makanan yang baik dengan biaya murah bagi ayam kalkunnya. Masing-masing jenis pakan berisi (dengan proporsi yang berbeda) beberapa atau semua tiga unsur nutrisi (A, B, dan C) yang penting untuk penggemukan ayam-ayamnya. Tiap pound pakan pertama berisi 5 ounces nutrisi A, 4 ounces nutrisi B, dan 0.5 ounces nutrisi C. Tiap pound pakan kedua berisi 10 ounces nutrisi A, 3 ounces nutrisi B, dan tidak mengandung nutrisi C. Harga jenis pakan pertama 2 sen ($) per pound, sedangkan harga jenis pakan kedua 3 sen ($) per pound. Pemilik peternakan ingin menggunakan model LP untuk menentukan makanan biaya rendah yang memenuhi kebutuhan minimum makanan per bulan untuk masing-masing unsur nutrisi.

Data Masalah Peternakan Ayam

	Komposisi Tiap pound		Kebutuhan minimum bulanan (oz)
Nutrisi	**Pakan pertama**	**Pakan kedua**	
A	**5**	**10**	90
B	**4**	**3**	48
C	**0.5**	**0**	1.5
Biaya per pound	2 sen	3 sen	

Peubah keputusan: X_1 = jumlah pound pakan pertama yang dibeli
X_2 = jumlah pound pakan kedua yang dibeli

<u>Model LP</u>:

Meminimumkan biaya = $2 X_1 + 3 X_2$

Dengan kendala:

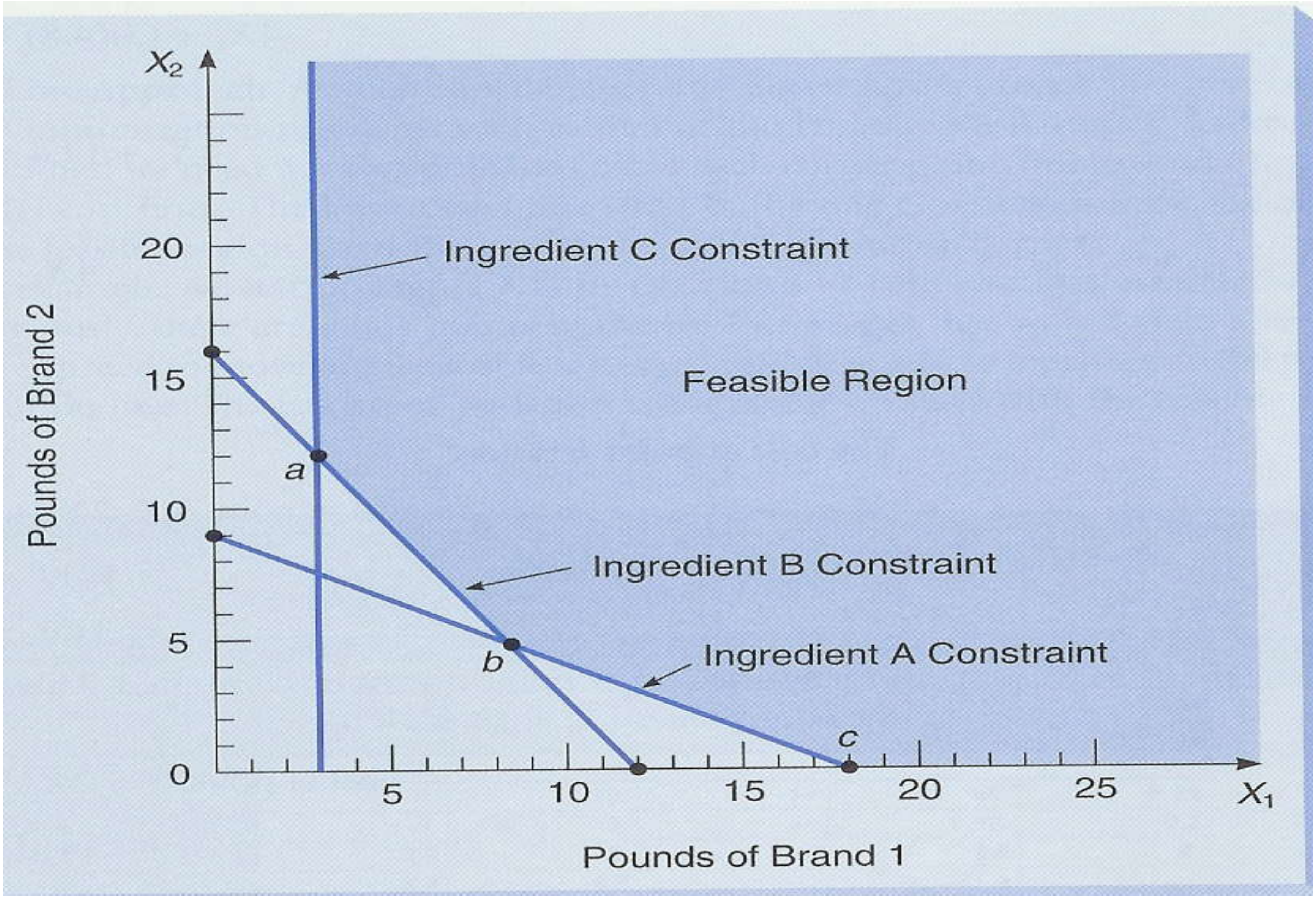
$5 X_1 + 10 X_2 \geq 90$ ounces (kendala nutrisi A)

$4 X_1 + 3 X_2 \geq 48$ ounces (kendala nutrisi B)

$0.5 X_1 \geq 1.5$ ounces (kendala nutrisi C)

$X_1, X_2 \geq 0$ (*nonnegativity constaraint*)

Daerah Solusi *Feasible* Masalah peternakan Ayam

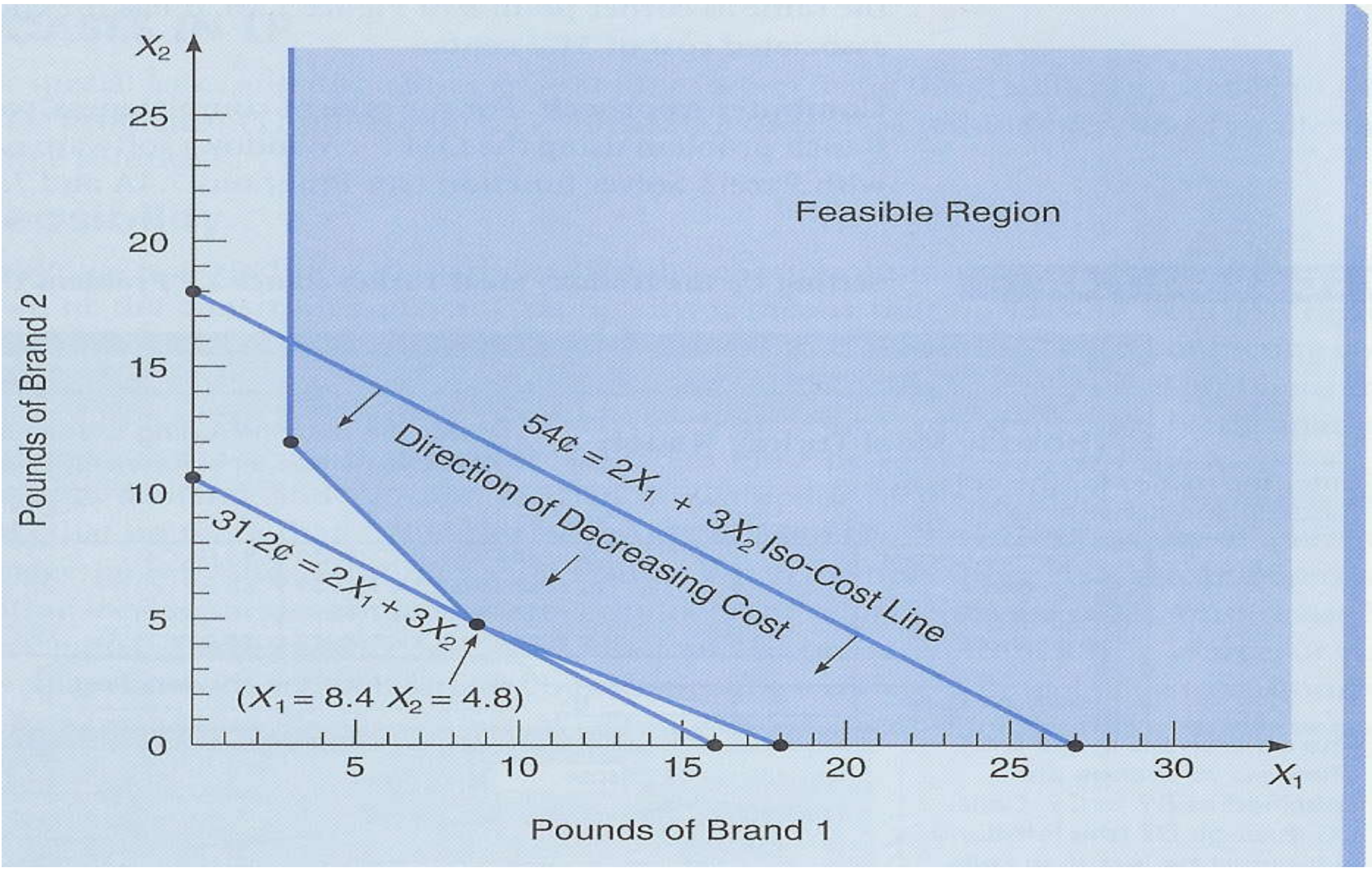


Metode garis *iso-cost* (untuk masalah minimisasi)

1) buat garis dgn kemiringan sama dengan fungsi tujuan;

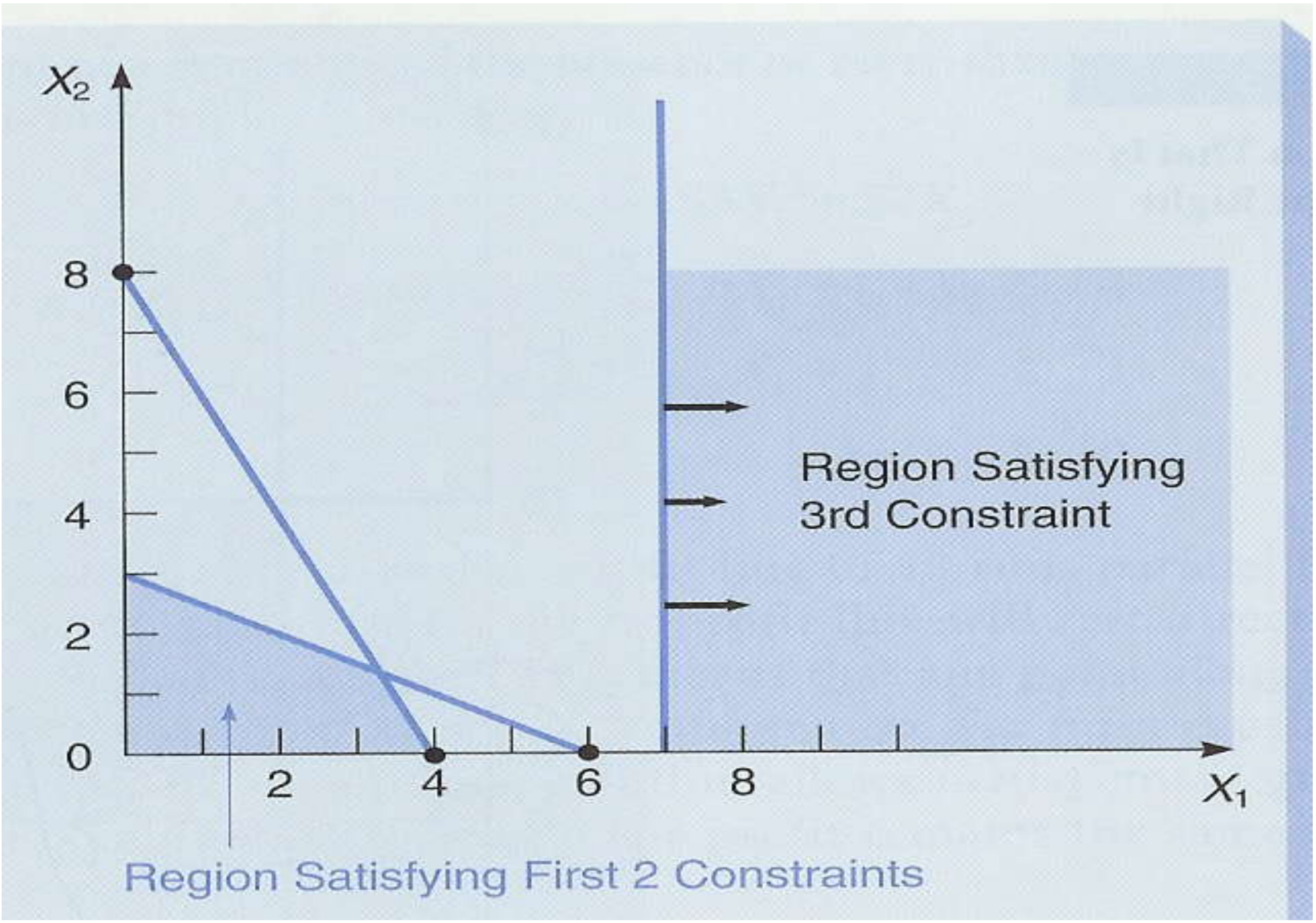
2) geser ke kiri bawah sampai nyinggung titik paling luar daerah solusi *feasible*.

(dalam gambar, persamaan garis: $31.2 = 2\ X_1 + 3\ X_2$ menyinggung titik $X_1=8.4$ dan $X_2=4.8$)



Kasus (1) Tidak ada solusi *feasible* (***infeasibility***);
disebabkan kendala-kendala yang saling bertentangan.
Misalnya kendala:

$X_1 + 2X_2 \le 6$; $2X_1 + X_2 \le 8$; dan $X_1 \ge 7$



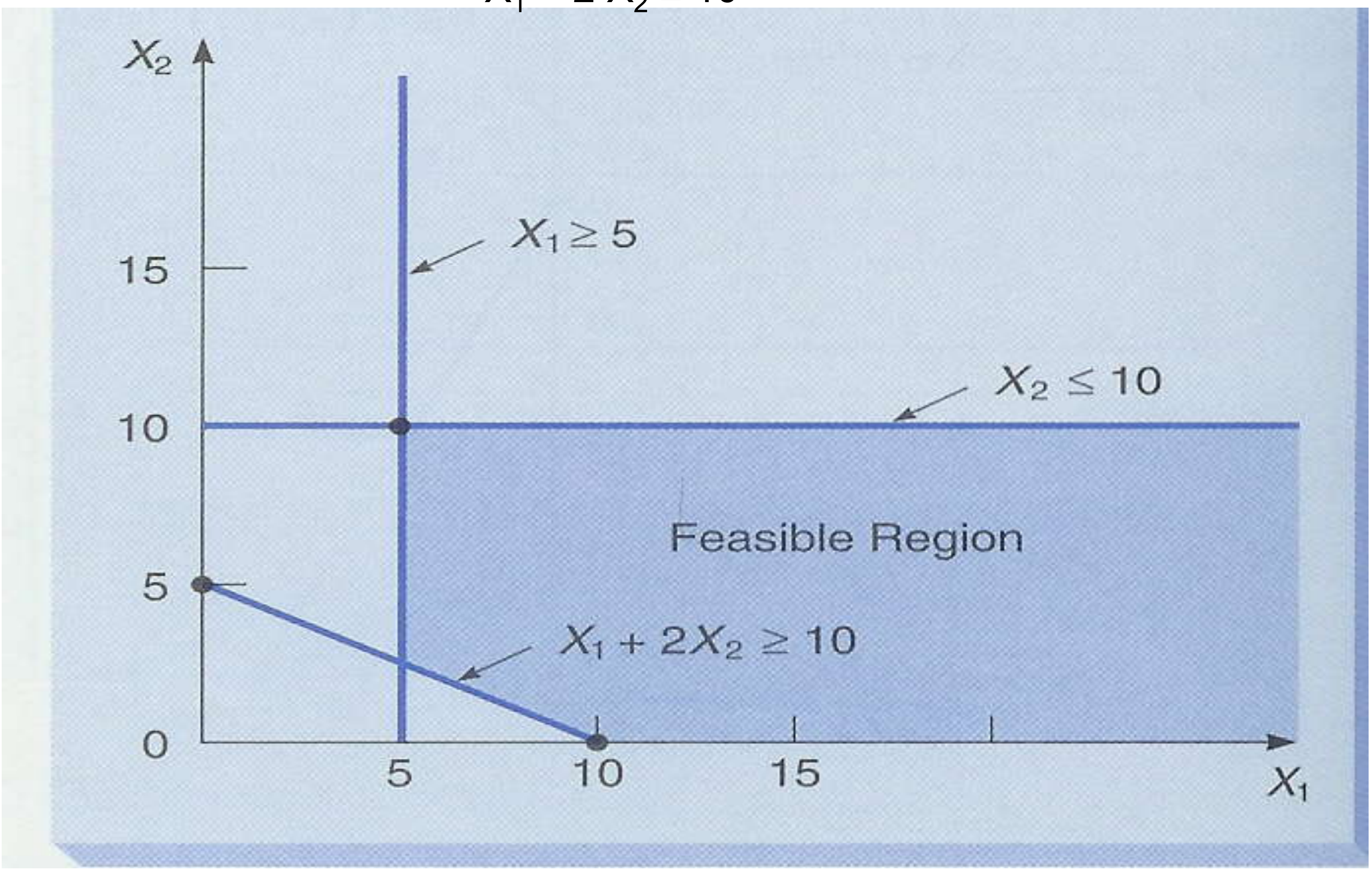
Kasus (2) Peubah keputusan dan Tujuan bernilai tak hingga (***unboundedness***); disebabkan formulasi model kurang benar.

Misalnya: Tujuan Max $3 X_1 + 5 X_2$

dengan kendala $X_1 \geq 5$;

$X_2 \leq 10$;

$X_1 + 2 X_2 \geq 10$



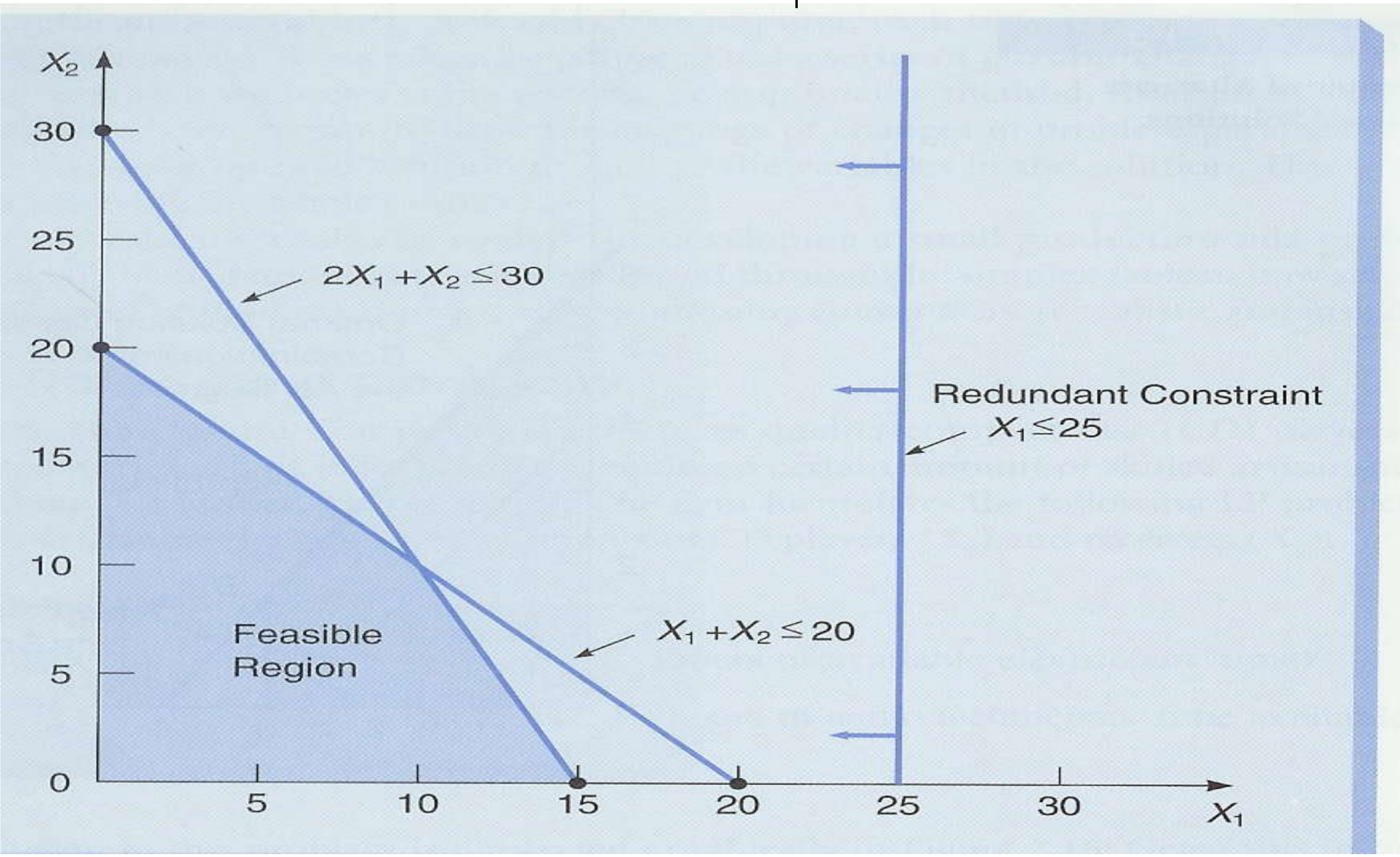
Kasus (3) ***Redundancy***; dalam model LP yang besar,

ada kendala tidak perlu dimasukkan karena solusi *feasible* tak terpengaruh.

Misalnya: Tujuan Max $X_1 + 2\,X_2$

dengan kendala

$$X_1 + X_2 \leq 20;$$
$$2\,X_1 + X_2 \leq 30;$$
$$X_1 \leq 25$$



Kasus (4) alternate optimal solution; krn **slope** fungsi tujuan dan kendala **sama**.

memberikan fleksibilitas memilih solusi optimal.

Misalnya: Tujuan Max $3 X_1 + 2 X_2$

dengan kendala $6 X_1 + 4 X_2 \leq 24$;

$X_1 \leq 3$