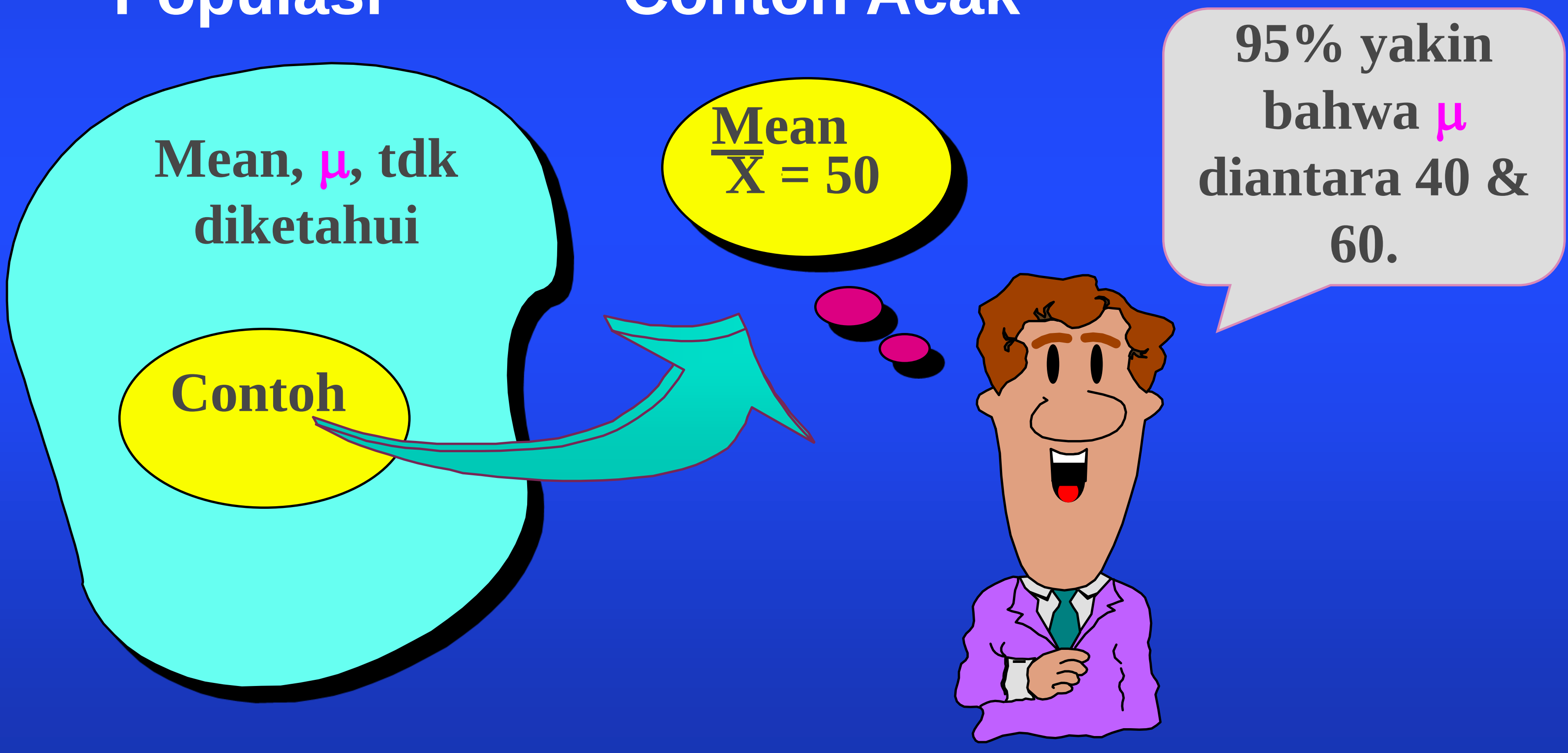
Proses Pendugaan

Populasi   Contoh Acak



Pendugaan Parameter Populasi

Menduga Parameter Populasi...		dgn Statistik Contoh
Mean	μ	$\bar{X}$
Proporsi	p	p_s
Ragam	σ^2	s^2
Perbedaan	$\mu_1 - \mu_2$	$\bar{x}_1 - \bar{x}_2$

Pendugaan Selang kepercayaan

- Memberikan Selang Nilai
  - Berdasarkan pengamatan suatu Contoh
- Informasi ttg perkiraan nilai parameter Populasi yg tdk diketahui
- Dinyatakan dengan Peluang

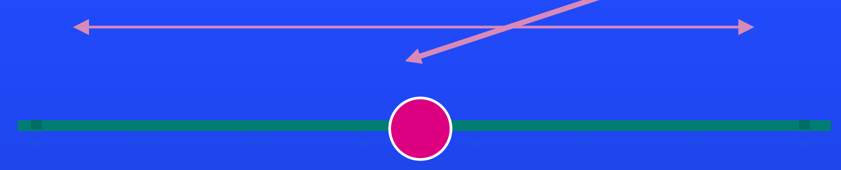
  tdk pernah 100% yakin

Komponen pendugaan selang kepercayaan

Peluang bahwa Parameter Populasi berada dalam selang nilai tsb.

Selang Kepercayaan

Statistik Contoh



Batas Selang (bawah)

Bataus Selang (atas)

Batas Selang Kepercayaan Nilai Tengah Populasi

Parameter = Statistic ± Its Error

$$\mu = \bar{X} \pm \text{Error}$$

$$\bar{X} - \mu = \text{Error} = \mu - \bar{X}$$

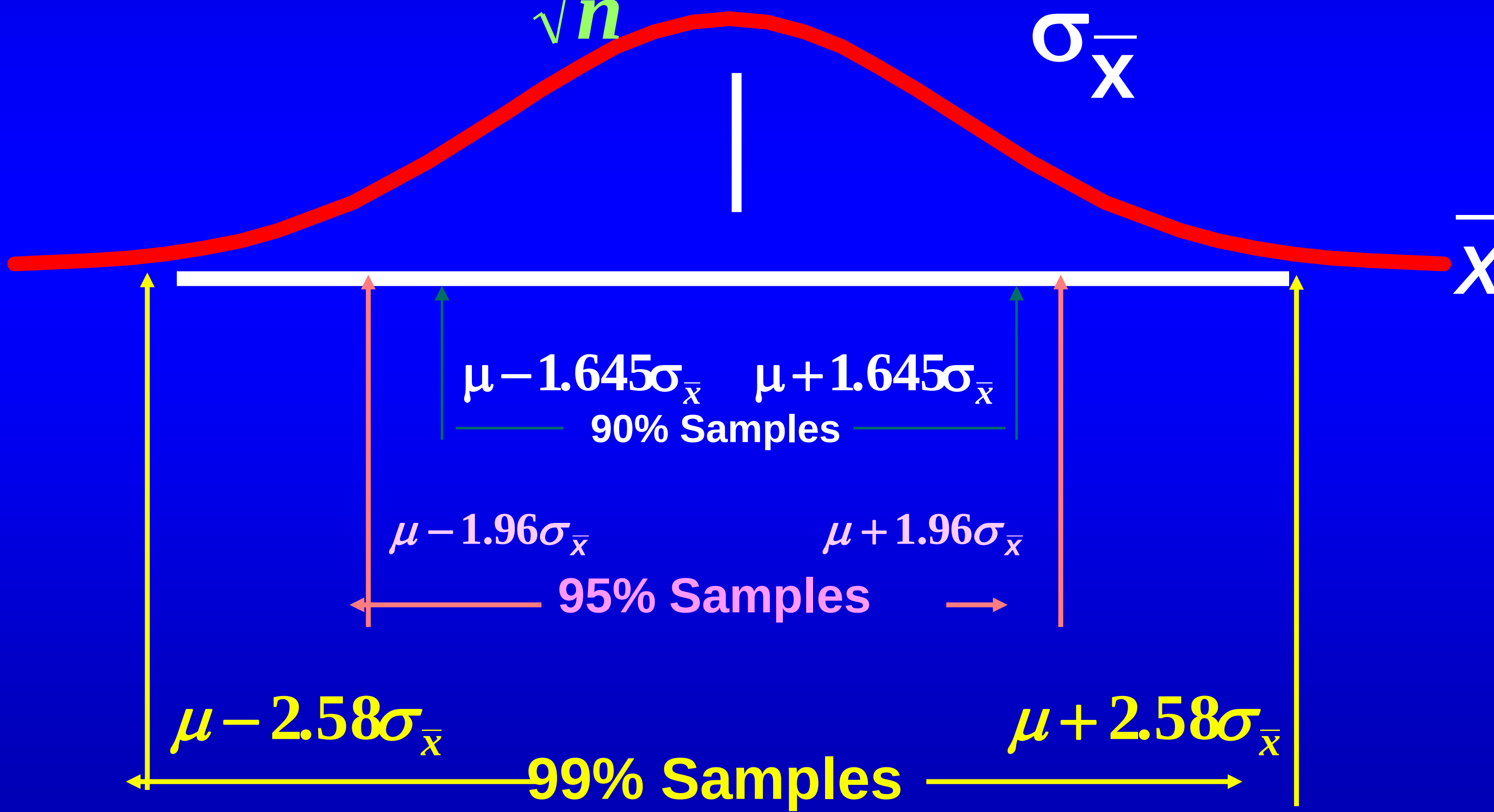
$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma_{\bar{X}}} = \frac{\text{Error}}{\sigma_{\bar{X}}}$$

$$\text{Error} = Z\,\sigma_{\bar{X}}$$

$$\mu = \bar{X} \pm Z\sigma_{\bar{X}}$$

Selang Kepercayaan

$$\bar{X} \pm Z \bullet \sigma_{\bar{X}} = \bar{X} \pm Z \bullet \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$



Tingkat Kepercayaan

- Peluang bhw parameter yang tdk diketahui berada dalam selang tersebut

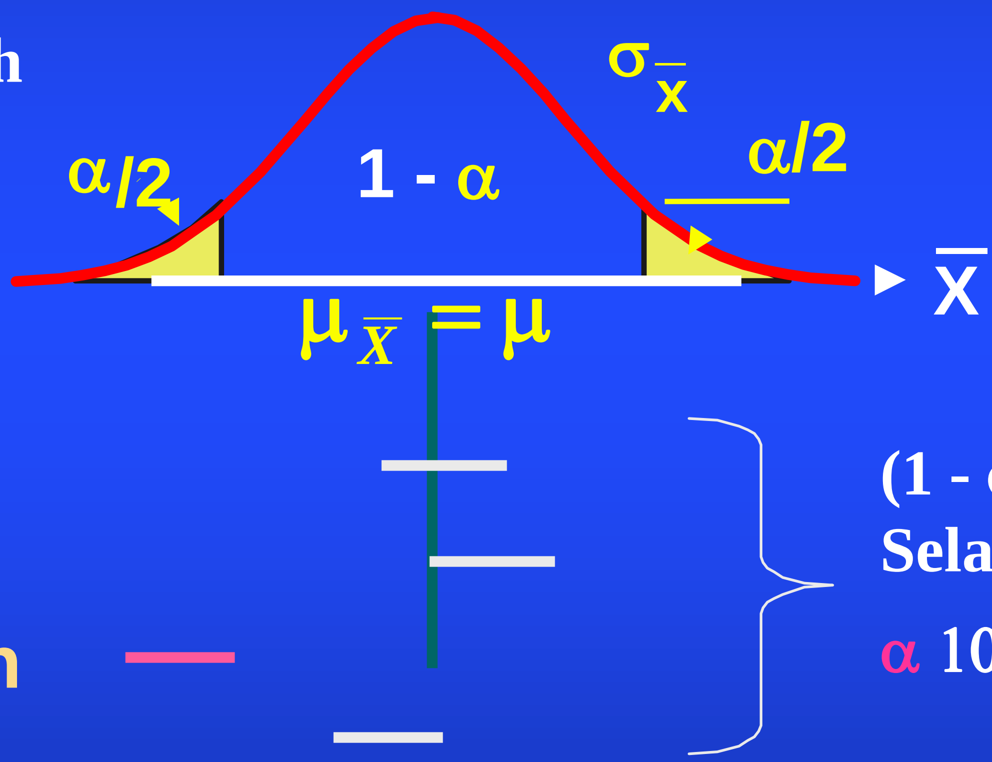
- Dinotasikan (1 - α) % = tingkat kepercayaan

  misal: 90%, 95%, 99%

  - α : peluang bahwa Parameter tdk berada dalam selang kepercayaan tsb

Nilai-nilai Selang & Tingkat Kepercayaan

Sebaran penarikan contoh "Mean"



Selang dari

$$\bar{X} - Z\sigma_{\bar{X}}$$

Sampai dgn

$$\bar{X} + Z\sigma_{\bar{X}}$$

(1 - α) 100 % Selang Berisi μ.

α 100% Tidak.

Selang-selang Kepercayaan

Faktor yg Mempengaruhi Lebar Selang

- **Variasi Data**

  diukur dgn σ

- **Simpangan baku Contoh**

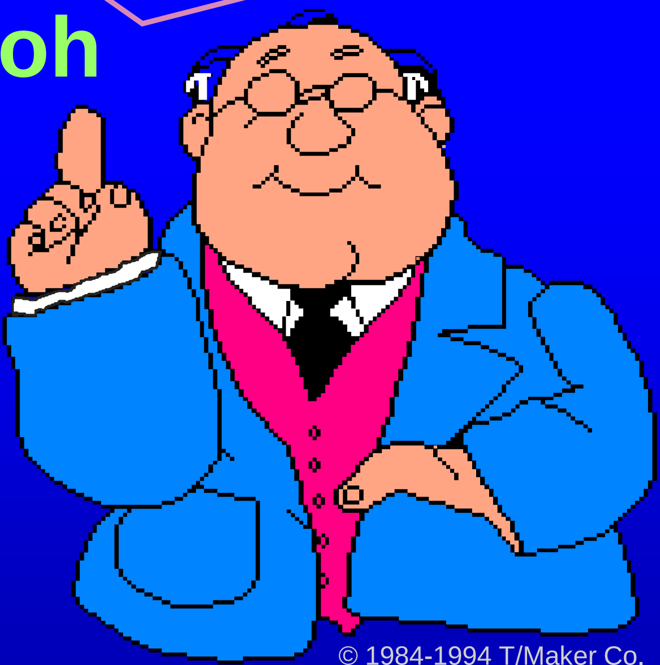
  $$\sigma_{\bar{X}} = \sigma_X / \sqrt{n}$$

- **Tingkat Kepercayaan**

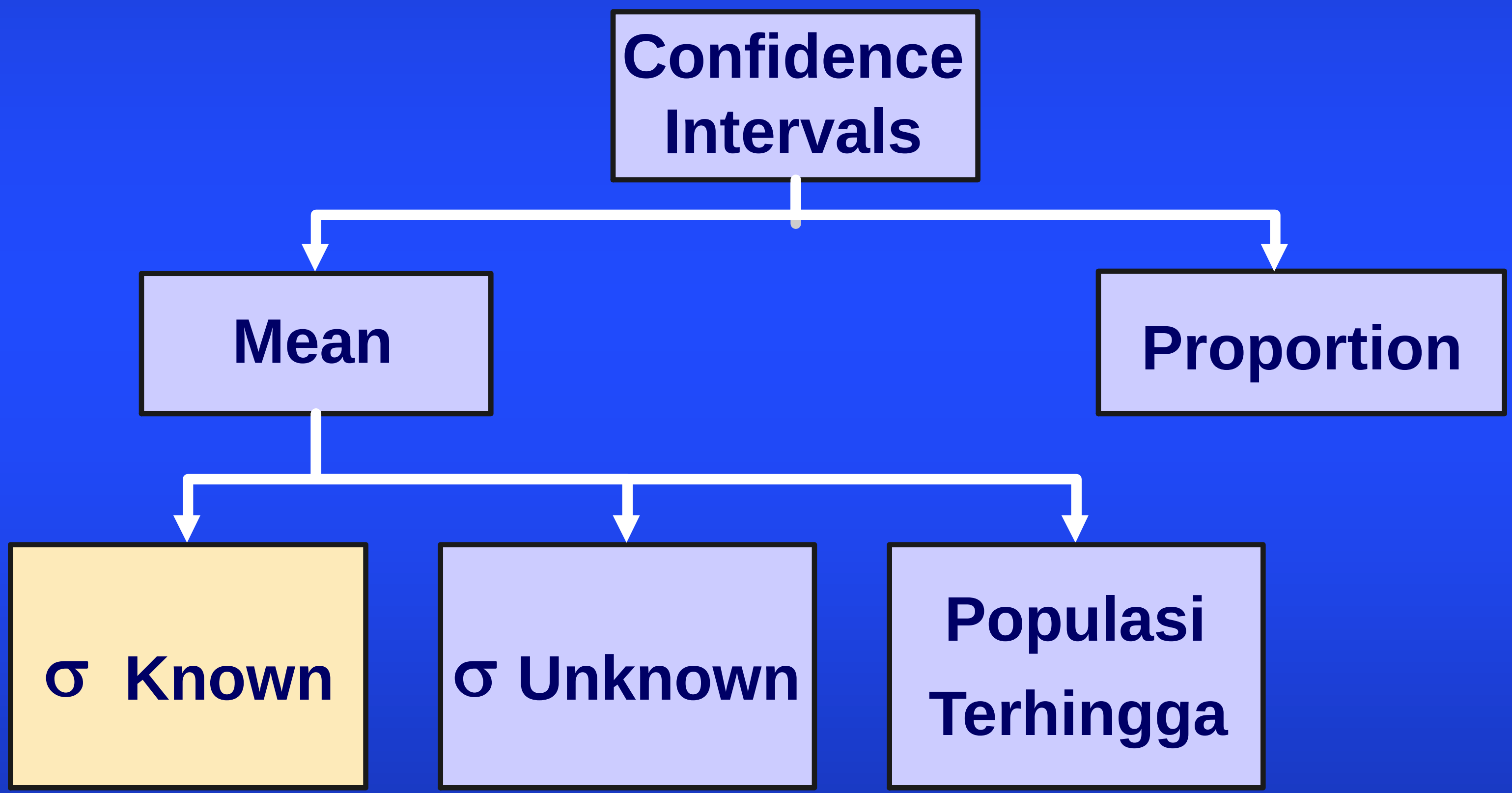
  $(1 - \alpha)$

Selang dari

$\bar{X} - Z\sigma_{\bar{x}}$ **sampai** $\bar{X} + Z\sigma_{\bar{x}}$



Dugaan Selang Kepercayaan



Selang Kepercayaan (σ Diketahui)

- Asumsi
  - Simpangan Baku Populasi Diketahui
  - Populasi menyebar Normal
  - Jika TIDAK Normal, gunakan Contoh Besar
- Dugaan Selang Kepercayaan

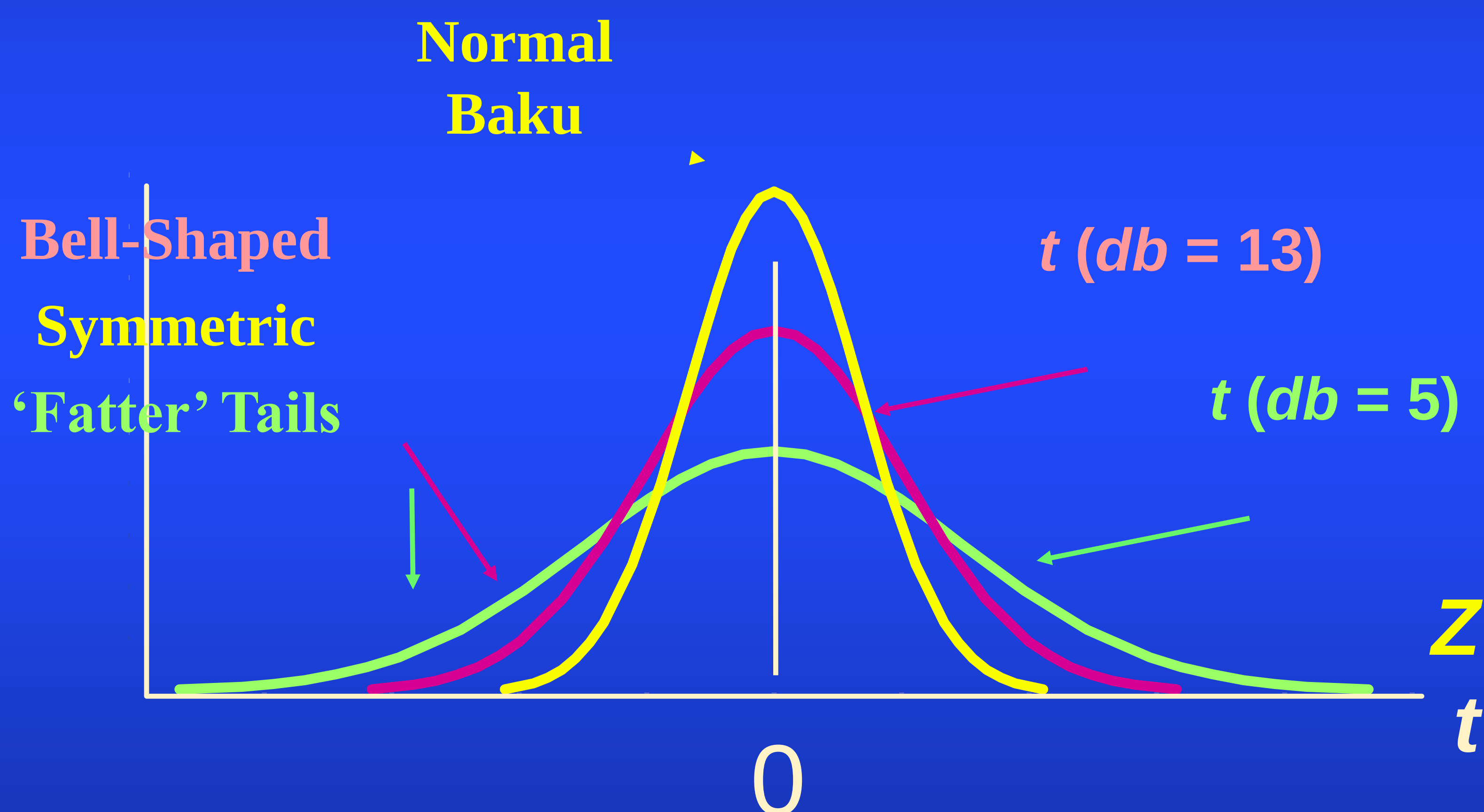
$$\bar{X} - Z_{\alpha/2} \bullet \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \le \mu \le \bar{X} + Z_{\alpha/2} \bullet \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Selang Kepercayaan (σ tdk tahu)

- Asumsi
  - Simpangan Baku Populasi TIDAK diketahui
  - Populasi menyebar Normal
- Gunakan Sebaran *t*-Student
- Dugaan Selang Kepercayaan

$$\bar{X} - t_{\alpha/2,n-1} \bullet \frac{S}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{X} + t_{\alpha/2,n-1} \bullet \frac{S}{\sqrt{n}}$$

Sebaran *t*-Student



Derajat Bebas (*db*)

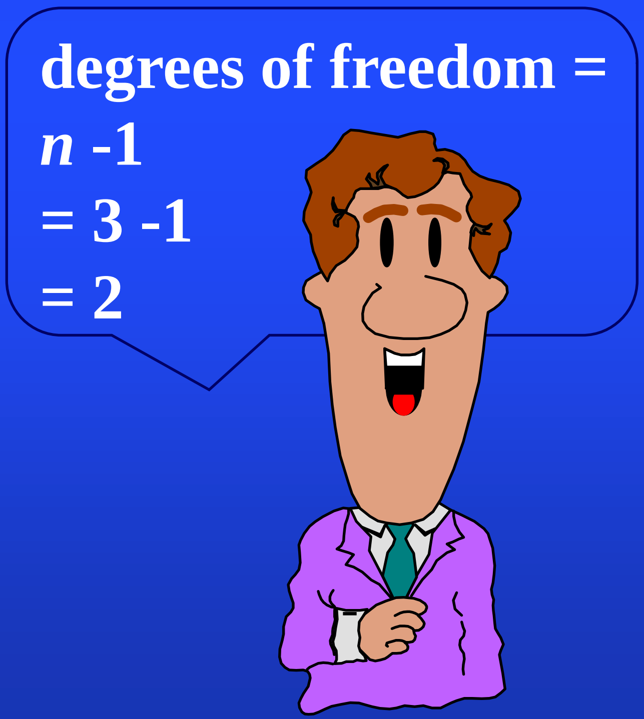
- **Jumlah Pengamatan yg bebas bervariasi setelah rataan contoh dihitung ()**
- **Teladan**
  - **Rataan data 1,2,3 adalah 2**

    X_1 = 1 (or Any Number)

    X_2 = 2 (or Any Number)

    X_3 = 3 (Cannot Vary)

    Rata-rata= 2



Tabel *t-Student*

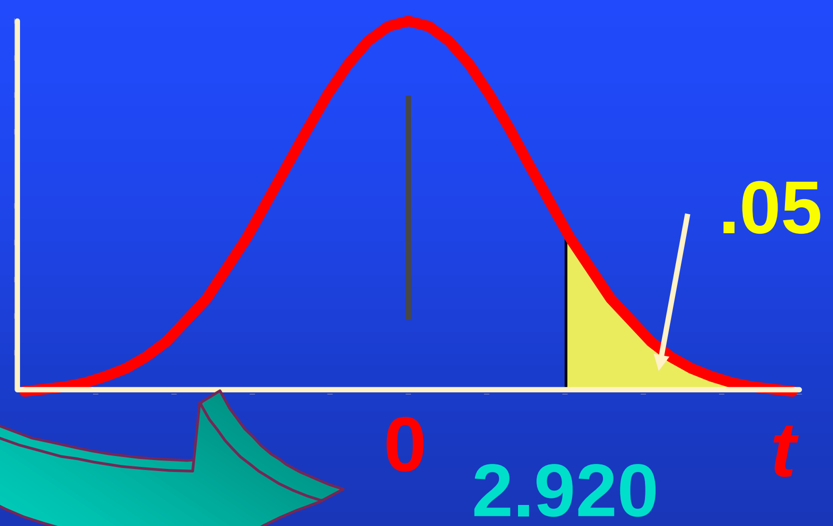
α / 2

Asumsi: n = 3
db = *n* - 1 = 2

$\alpha = .10$
$\alpha/2 = .05$

	Daerah sebelah kanan		
db	.25	.10	**.05**
1	1.000	3.078	6.314
2	0.817	1.886	**2.920**
3	0.765	1.638	2.353

Nilai *t*



Teladan: Dugaan Selang σ tidak diketahui

Suatu contoh acak $n = 25$ mempunyai $\bar{X} = 50$ dan $s = 8$. Hitung dugaan selang kepercayaan 95% untuk μ.

$$\bar{X} - t_{\alpha/2,n-1} \bullet \frac{S}{\sqrt{n}} \le \mu \le \bar{X} + t_{\alpha/2,n-1} \bullet \frac{S}{\sqrt{n}}$$

$$50 - 2.0639 \bullet \frac{8}{\sqrt{25}} \le \mu \le 50 + 2.0639 \bullet \frac{8}{\sqrt{25}}$$

$$46.69 \le \mu \le 53.30$$

Teladan: **Suatu contoh acak 36 mahasiswa FEM-IPB diperoleh nilaitengah dari nilai mutu rata-rata (NMR) sebesar 2.6 dengan ragam 0.09. Buat selang kepercayaan 95% dan 99% bagi nilaitengah NMR seluruh mahasiswa FEM-IPB**

$$\bar{X} - t_{\alpha/2,n-1} \bullet \frac{S}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{X} + t_{\alpha/2,n-1} \bullet \frac{S}{\sqrt{n}}$$

SK 95%: $$2.6 - 1.96 \bullet \frac{0.3}{\sqrt{36}} \leq \mu \leq 2.6 + 1.96 \bullet \frac{0.3}{\sqrt{36}}$$

$$2.5 \leq \mu \leq 2.7$$

"95% kita yakin nilai μ berada diantara 2.5 sampai dengan 2.7"

SK 99%: $$2.6 - 2.575 \bullet \frac{0.3}{\sqrt{36}} \leq \mu \leq 2.6 + 2.575 \bullet \frac{0.3}{\sqrt{36}}$$

$$2.47 \leq \mu \leq 2.73$$

"99% kita yakin nilai μ berada diantara 2.47 sampai dengan 2.73"

Ukuran Contoh (n)

Terlalu Banyak → butuh SD banyak

Terlalu Sedikit → Tdk representatif

Jika digunakan untuk menduga μ, kita percaya (1-α)100% bahwa galatnya tidak akan melebihi $z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

Jika kita ingin galatnya tidak akan melebihi suatu nilai e, maka ukuran contoh yg harus diambil sebesar:

$$n = \left(\frac{z_{\alpha/2}\sigma}{e}\right)^2$$

Dlm Teladan lalu, berapa besar ukuran contoh harus diambil jika kita ingin percaya 95% bahwa nilai dugaan tidak menyimpang dari μ lebih dari 0.05? → n = 138.3 = 139

Dugaan untuk Populasi Terhingga

- Asumsi
  - Contoh cukup besar relatif terhadap Populasi
    - $n / N > .05$
- Gunakan Faktor Koreksi Populasi Terhingga
- Selang Kepercayaan (Mean, σ_X tdk tahu)

$$\bar{X} - t_{\alpha/2,n-1} \bullet \frac{S}{\sqrt{n}} \bullet \sqrt{\frac{N-n}{N-1}} \leq \mu_X \leq \bar{X} + t_{\alpha/2,n-1} \bullet \frac{S}{\sqrt{n}} \bullet \sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$$

Dugaan Selang Kepercayaan Proporsi

- **Asumsi**
  - Dua respon kategori
  - Populasi mengikuti Sebaran Binom
  - Pendekatan Normal dapat digunakan
  - $n \cdot p \geq 5$ & $n \cdot (1 - p) \geq 5$
- **Dugaan Selang Kepercayaan**

$$p_s - Z_{\alpha/2} \bullet \sqrt{\frac{p_s(1-p_s)}{n}} \leq p \leq p_s + Z_{\alpha/2} \bullet \sqrt{\frac{p_s(1-p_s)}{n}}$$

Teladan: Pendugaan Proporsi

Suatu contoh acak 400 pemilih menunjukkan 32 memilih calon A. Susunlah dugaan selang kepercayaan 95% untuk *p*.

$$p_s - Z_{\alpha/2} \bullet \sqrt{\frac{p_s(1-p_s)}{n}} \le p \le p_s + Z_{\alpha/2} \bullet \sqrt{\frac{p_s(1-p_s)}{n}}$$

$$.08 - 1.96 \bullet \sqrt{\frac{.08(1-.08)}{400}} \le p \le .08 + 1.96 \bullet \sqrt{\frac{.08(1-.08)}{400}}$$

$$.053 \le p \le .107$$

Ukuran Contoh (n) utk Dugaan Proporsi

Jika dugaan p digunakan utk menduga P proporsi sebenarnya dari populasi yg mempunyai karakteristik tertentu yg dikaji, kita percaya (1-α)100% bahwa penyimpangan atau galat dugaan proporsi tidak akan melebihi: $z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$

Jika ingin galatnya tidak akan melebihi suatu nilai e, maka ukuran contoh yg harus diambil sebesar : $n = \frac{z_{\alpha/2}^{2} P(1-P)}{e^{2}}$

Bila parameter P dan dugaan p belum pernah diketahui dapat menggunakan rumus: $n = \frac{z_{\alpha/2}^{2}}{4e^{2}}$

Dpt ditunjukkan bahwa P(1-P) $\leq$ 1/4

Teladan: Manajer operasi koran Paskom ingin mempunyai keyakinan 90% mengenai dugaan proporsi koran yg cetakannya kurang layak (cacat), tidak menyimpang melebihi 0.05 dari proporsi sebenarnya, misalnya karena: sobek, susunannya salah, dan ada halaman yang hilang. Katakanlah Setahun yg lalu dari 100 contoh acak, ternyata yg rusak 30. Berapa Ukuran Contoh yg diperlukan?

Jika perusahaan tersebut belum pernah melakukan survei mengenai masalah ini, tentukan ukuran contoh yang diperlukan manajer tersebut?

Teladan: **Manajer operasi koran Paskom ingin mempunyai keyakinan 90% mengenai dugaan proporsi koran yg cetakannya kurang layak (cacat), tidak menyimpang melebihi 0.05 dari proporsi sebenarnya, misalnya karena: sobek, susunannya salah, dan ada halaman yang hilang.** Setahun yg lalu dari 100 contoh acak, ternyata yg rusak 30. Ukuran Contoh yg diperlukan:

$$n = \frac{Z^2 p(1-p)}{error^2} = \frac{1.645^2(.30)(.70)}{.05^2} = 227.3 \cong 228$$

Jika perusahaan tersebut belum pernah melakukan survei mengenai masalah ini, tentukan ukuran contoh yang diperlukan manajer tersebut:

$$n = \frac{z_{\alpha/2}^2}{4e^2} = \frac{1.645^2}{4(0.05)^2} = 270.6$$

Example: Sample Size for Mean Using fpc

What sample size is needed to be 90% confident of being correct within ± 5? Suppose the population size N = 500.

$$n = \frac{n_0 N}{n_0 + (N-1)} = \frac{219.2 \times 500}{219.2 + (500-1)} = 152.6$$

$$\cong 153$$

Round Up

where $n_0 = \dfrac{Z^2 \sigma^2}{error^2} = 219.2$