

# **Statistika Inferensia**

**(Bahan Non Parametrik utk MKM)**

**Oleh Bambang Juanda**

**Pengujian Hipotesis**

**Untuk Data Kategori**

# Topik Pertemuan 3&4

- **Uji-Z utk Perbedaan Dua Proporsi  
(Dua Contoh Bebas)**
- **Uji  $\chi^2$  utk Perbedaan Dua Proporsi  
(Dua Contoh Bebas)**
- **Uji  $\chi^2$  utk Perbedaan k Proporsi  
(k Contoh Bebas)**
- **Uji  $\chi^2$  utk Kebebasan 2 Peubah Kategori**

# Uji Z utk Perbedaan Dua Proporsi

- Digunakan utk:

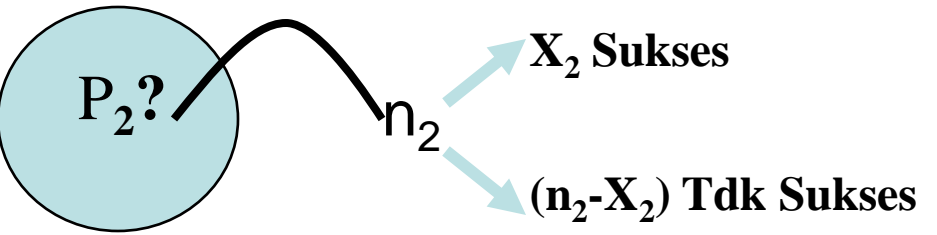
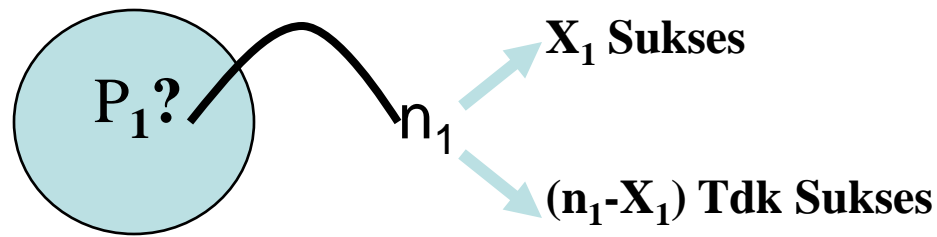
Menentukan apakah ada perbedaan antara 2 proporsi populasi dan apakah yg satu lebih besar dari yg lain.

- Asumsi:

- 2 Contoh Bebas

- Populasi mengikuti Sebaran Binomial

- Ukuran Sample Cukup Besar:  $np \geq 5$  dan  $n(1-p) \geq 5$  utk masing-masing populasi



# Statistik Uji Z

$$Z \cong \frac{(P_{s_1} - P_{s_2}) - (P_1 - P_2)}{\sqrt{\bar{p}(1 - \bar{p}) \left( \frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}}$$

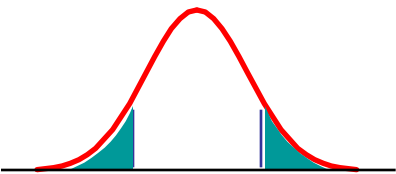
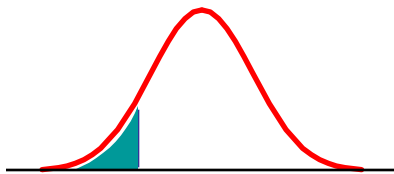
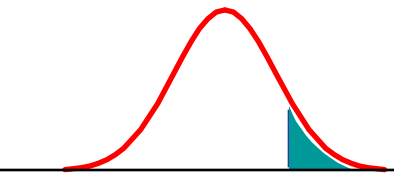
Dimana  $\bar{p} = \frac{X_1 + X_2}{n_1 + n_2}$

Dugaan Gabungan  
Proporsi Populasi

$X_1 =$  Banyaknya kejadian Sukses dlm Sample 1

$X_2 =$  Banyaknya kejadian Sukses dlm Sample 2

# Nyatakan Hipotesis utk Uji Z

	Pertanyaan Penelitian		
Hipotesis	Tdk Berbeda	Prop 1 $\geq$ Prop 2	Prop 1 $\leq$ Prop 2
	Berbeda	Prop 1 $<$ Prop 2	Prop 1 $>$ Prop 2
$H_0$	$p_1 - p_2 = 0$	$p_1 - p_2 \geq 0$	$p_1 - p_2 \leq 0$
$H_1$	$p_1 - p_2 \neq 0$	$p_1 - p_2 < 0$	$p_1 - p_2 > 0$
			

# Teladan

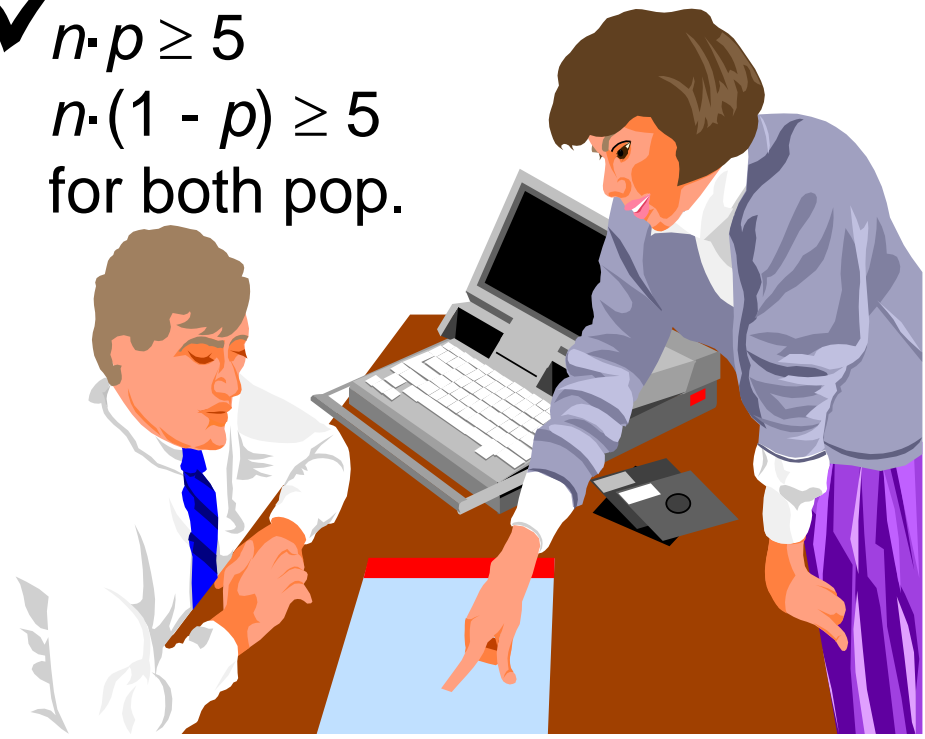
## Uji Z utk Dua Proporsi

- Sbg direktur personalia, anda ingin menguji persepsi kejujuran dari dua metode evaluasi kinerja. 63 dari 78 karyawan dikategorikan Method 1 sbg jujur. 49 dari 82 dikategorikan Method 2 sbg jujur. Pada taraf nyata 0.01, Apakah ada perbedaan persepsi?

$$p_{S_1} = \frac{63}{78} = .808 \quad n_1 = 78$$

$$p_{S_2} = \frac{49}{82} = .598 \quad n_2 = 82$$

✓  $n \cdot p \geq 5$   
 $n \cdot (1 - p) \geq 5$   
for both pop.



# Perhitungan Statistik Uji Z

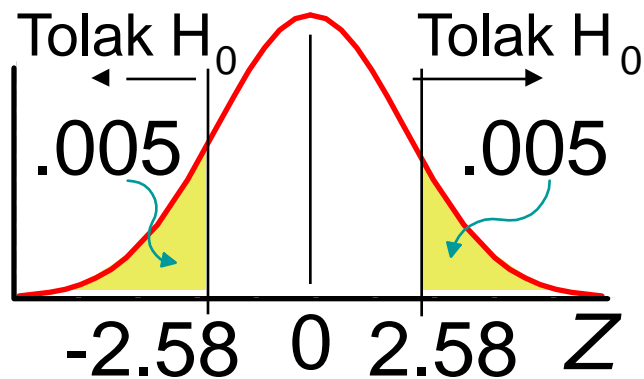
$$Z \cong \frac{(p_{s_1} - p_{s_2}) - (p_1 - p_2)}{\sqrt{\bar{p}(1 - \bar{p})\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}} \\ = \frac{(.808 - .598) - 0}{\sqrt{(.70)(.30)\left(\frac{1}{78} + \frac{1}{82}\right)}} = 2.90$$

$$\bar{p} = \frac{X_1 + X_2}{n_1 + n_2} = \frac{63 + 49}{78 + 82} = .70$$

# Uji Z utk Perbedaan Dua Proporsi: Solusi

- $H_0: p_1 - p_2 = 0$
- $H_1: p_1 - p_2 \neq 0$
- $\alpha = 0.01$

- $n_1 = 78$     $n_2 = 82$
- Nilai kritis :



**Statistik Uji:**

$$Z \cong 2.90$$

**Keputusan:**

Tolak pada  $\alpha = 0.01$

**Kesimpulan:**

Ada bukti bahwa proporsinya berbeda ( $p_1 > p_2$ ).



# Uji $\chi^2$ : Basic Idea

- **Bandungkan frekuensi pengamatan thd harapan jika hipotesis nol benar**
- **Makin dekat frekuensi pengamatan ke frekuensi harapan, makin besar kemungkinan  $H_0$  benar**
  - **Diukur dgn perbedaan kuadrat relatif thd frekuensi harapan**
  - **Jumlah perbedaan kuadrat relatif adalah statistik ujinya**

# Uji $\chi^2$ utk 2 Proporsi Tabel Kontingensi

- Tabel Kontingensi utk Membandingkan Kejujuran dari Kedua Metode Evaluasi

**2 Populasi**

<b>Persepsi</b>	<b>Metode Evaluation</b>		<b>Total</b>
	<b>1</b>	<b>2</b>	
Jujur	63	49	112
Tdk Jujur	15	33	48
<b>Total</b>	<b>78</b>	<b>82</b>	<b>160</b>

**Taraf (nilai) Peubah**

# Uji $\chi^2$ utk 2 Proporsi Frekuensi Harapan

- 112 dari Total 160 adalah 'jujur' (  $\bar{p} = 112/160$  )
- 78 menggunakan metode evaluasi 1
- *Diharapkan*  $(78 \cdot 112/160) = 54.6$  sbg 'jujur'

Persepsi	Metode Evaluasi		Total
	1	2	
Jujur	63	49	112
Tdk Jujur	15	33	48
<b>Total</b>	<b>78</b>	<b>82</b>	<b>160</b>

# Statistik Uji $\chi^2$

$$\chi^2 = \sum_{ij} \frac{(f_{ij} - e_{ij})^2}{e_{ij}}$$

$f_{ij}$  = *Frekuensi Pengamatan* dlm sel i,j

$e_{ij}$  = *Frekuensi Harapan (teoritis)* dlm sel i,j

# Perhitungan Statistik Uji $\chi^2$

$f_{ij}$	$e_{ij}$	$(f_{ij} - e_{ij})$	$(f_{ij} - e_{ij})^2$	$(f_{ij} - e_{ij})^2 / e_{ij}$
63	54.6	8.4	70.56	1.293
49	57.4	-8.4	70.56	1.229
15	23.4	-8.4	70.56	3.015
33	24.6	8.4	70.56	2.868

---

Jumlah= 8.405 =  $\chi^2$

**Frekuensi  
Pengamatan**

**Frekuensi Harapan**

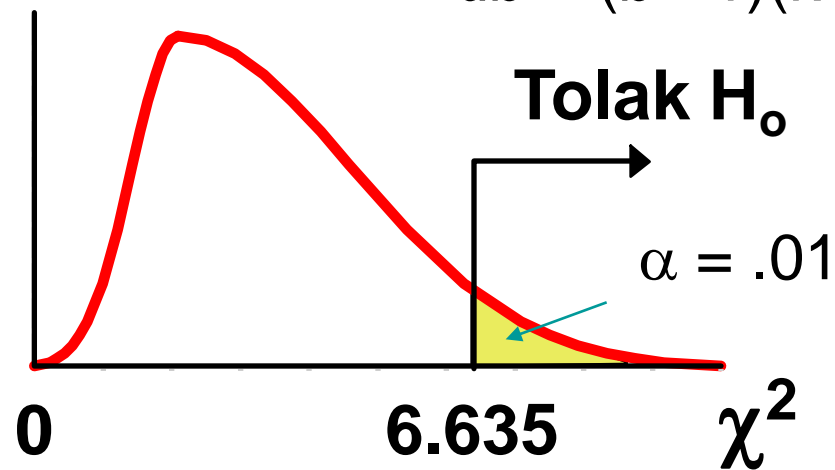
# Uji $\chi^2$ utk Dua Proporsi Mencari Nilai Kritis

**b = 2** (# baris dlm Tabel Kontingensi)

**k = 2** (# kolom)

**$\alpha = .01$**

$$db = (b - 1)(k - 1) = 1$$



**Tabel  $\chi^2$   
(Sebagian)**

**Daerah Ekor Kanan**

DB	.995	...	.95	...	.05	.025	.01
1	...	...	0.004	...	3.841	5.024	<b>6.635</b>
2	0.010	...	0.103	...	5.991	7.378	9.210

# Uji $\chi^2$ utk Dua Proporsi: Solusi

$$H_0: p_1 - p_2 = 0$$

$$H_1: p_1 - p_2 \neq 0$$

Statistik Uji  $\chi^2 = 8.405$

**Keputusan:**

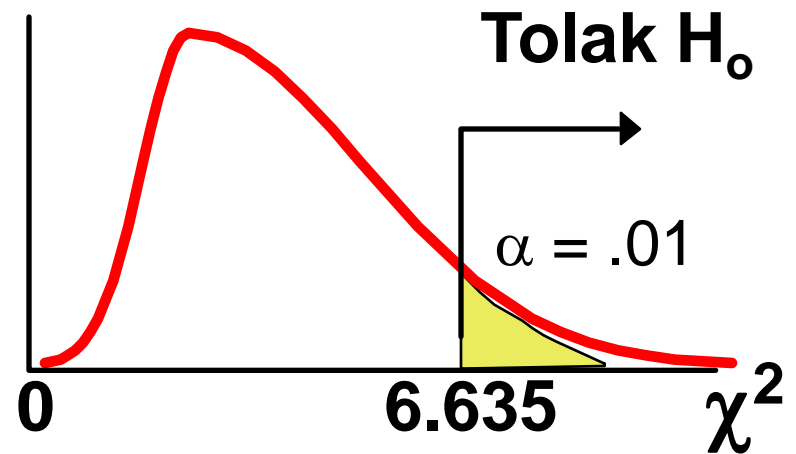
Tolak  $H_0$  pada  $\alpha = 0.01$

**Kesimpulan:**

**Ada bukti bahwa proporsinya berbeda.**

Note: Kesimpulan dgn Uji- $\chi^2$  sama dgn menggunakan Uji-Z.

*Ingat! Masing-masing frekuensi harapan harus  $\geq 5$ .*



# Uji $\chi^2$ utk k Proporsi

- Memperluas Uji  $\chi^2$  utk Kasus Umum k Populasi Bebas
- Hanya utk Uji Kesamaan (=) Proporsi:  
(Uji Dwi Arah, Bukan Uji Eka Arah)
- Satu Peubah dgn Beberapa Grup atau Taraf
- Menggunakan Tabel Kontingensi
- Asumsi:
  - Contoh Acak Bebas
  - Ukuran Contoh “Besar”  
Semua Frekuensi Harapan  $\geq 5$



# Uji $\chi^2$ utk k Proporsi: Prosedur

## 1. Susun Hipotesis:

$$H_0: p_1 = p_2 = \dots = p_k$$

$H_1$ : Tdk Semua  $p_j$  Sama

## 2. Pilih $\alpha$ dan Susun Tabel Kontingensi

## 3. Hitung Proporsi Keseluruhan: $\bar{p} = \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_c}{n_1 + n_2 + \dots + n_c} = \frac{X}{n}$

## 4. Hitung Statistik Uji $\chi^2$ :

$$\chi^2 = \sum_{ij} \frac{(f_{ij} - e_{ij})^2}{e_{ij}}$$

## 5. Tentukan Derajat Bebas

## 6. Bandingkan Statistik Uji dgn Nilai Tabel (nilai-p dari output komputer) dan Buat Keputusan

# Uji $\chi^2$ utk k Proporsi: Teladan

IPB sdg mengkaji merubah kurikulumnya dgn sistem Major-Minor. Suatu contoh Acak 100 mhs S1, 50 mhs S2/S3, dan 50 Dosen.

<b>Pendapat</b>	<b>mhs S1</b>	<b>mhs S2/S3</b>	<b>Dosen</b>
<b>Setuju</b>	63	27	30
<b>Tdk Setuju</b>	37	23	20
<b>Total</b>	100	50	50



Ujilah pd taraf nyata .01 utk menentukan apakah pendapat ketiga kelompok tsb berbeda?.

# Uji $\chi^2$ utk k Proporsi: Teladan

## 1. Susun Hipotesis:

$$H_0: p_1 = p_2 = p_3$$

$H_1$ : Tidak Semua  $p_j$  Sama

✓ Semua frekuensi harapan besar

## 2. Tabel Kontingensi:

Pendapat	mhs S1	mhs S2/S3	Dosen	Total
Setuju	63	27	30	120
Tdk Setuju	37	23	20	80
Total	100	50	50	200

## 3. Hitung Proporsi Gabungan:

$$\bar{p} = \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_c}{n_1 + n_2 + \dots + n_c} = \frac{X}{n} = \frac{63 + 27 + 30}{100 + 50 + 50} = \frac{120}{200} = .60$$

# Uji $\chi^2$ utk k Proporsi: Teladan

## 4. Hitung Statistik Uji:

$f_{ij}$	$e_{ij}$	$(f_{ij} - e_{ij})$	$(f_{ij} - e_{ij})^2$	$(f_{ij} - e_{ij})^2 / e_{ij}$
63	60	3	9	.15
27	30	-3	9	.30
30	30	0	0	.0
37	40	-3	9	.225
23	20	3	9	.45
20	20	0	0	.0

**Statistik Uji  $\chi^2 = 1.125$**

# Uji $\chi^2$ utk k Proporsi: Solusi Soal

$$H_0: p_1 = p_2 = p_3$$

$$df = k - 1 = 3 - 1 = 2$$

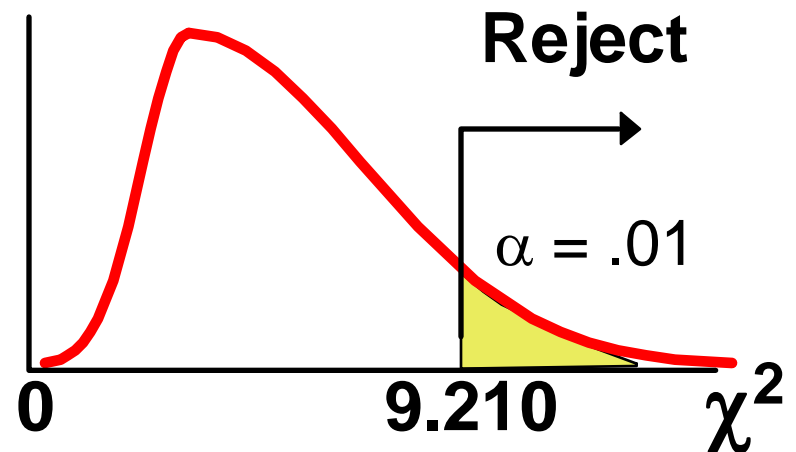
$H_1$ : Tidak Semua  $p_j$  Sama

Keputusan:

Do Not Reject  $H_0$

Kesimpulan:

Tidak Ada bukti bahwa ada perbedaan pendapat diantara ketiga kelompok tsb.



# Uji $\chi^2$ utk Kebebasan 2 Peubah

- Menunjukkan apakah ada hubungan antara 2 peubah/faktor yg dikaji
  - Satu Contoh diambil
  - Masing-masing faktor punya 2 atau lebih respons
  - Tidak menunjukkan sifat hubungan
  - Tidak menunjukkan kausalitas
- Serupa dgn pengujian  $p_1 = p_2 = \dots = p_k$
- Banyak digunakan dlm pemasaran dll
- Menggunakan Tabel kontingensi

# Uji $\chi^2$ utk Kebebasan: Procedur

1. Susun Hipotesis:

$H_0$ : 2 peubah kategori bebas

$H_1$ : 2 peubah kategori berhubungan

2. Pilih  $\alpha$  dan Susun Tabel Kontingensi

3. Hitung Frekuensi Harapan/Teoritis:  $e_{ij}$

4. Hitung Statistik Uji:

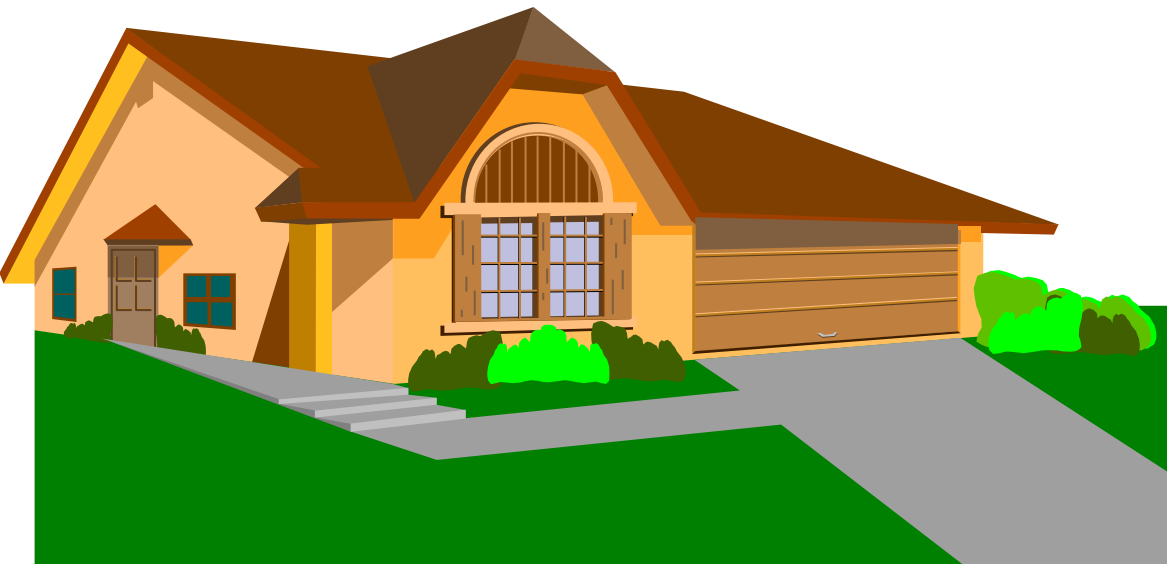
$$\chi^2 = \sum_{ij} \frac{(f_{ij} - e_{ij})^2}{e_{ij}}$$

5. Tentukan Derajat Bebas

6. Bandingkan Statistik Uji dgn Nilai Tabel (nilai-p dari output komputer) dan buat keputusan

# Uji $\chi^2$ utk Kebebasan: Teladan

Suatu Survey dilakukan utk menentukan apakah ada hubungan antara Keaktifan Kepala Keluarga (aktif atau tidak) dengan lokasi tempat tinggalnya (Kota atau Desa ).



Berdasarkan data survey, ujilah pd taraf  $\alpha = .01$  utk menentukan apakah ada hubungan antara keaktifan KK dgn lokasi tempat tinggal.



# Uji $\chi^2$ utk Kebebasan Teladan

- 1. Susun Hipotesis:

$H_0$ : 2 peubah kategori (Keaktifan dlm keg sosial dgn Lokasi tempat tinggal) bebas

$H_1$ : 2 peubah kategori berhubungan

- 2. Tabel Kontingensi:

		Lokasi Tempat Tinggal		
		Kota	Desa	Total
Taraf Peubah 1	Tdk Aktif	10	20	30
	Aktif	5	25	30
Total		15	45	60

Taraf Peubah 2

# Uji $\chi^2$ utk Kebebasan Frekuensi Harapan

- 3. Menghitung Frekuensi Harapan
  - Bebas Statistik :  $P(A \text{ and } B) = P(A) \cdot P(B)$
  - Hitung peluang marginal (**baris & kolom**) & kalikan utk dpt peluang bersama
  - **Frekuensi Harapan** = ukuran contoh x peluang bersama  
= (jml brs x jml kolom) / total keseluruhan

	<u>Lokasi Rumah</u>				<b>Total</b>	$\frac{45 \cdot 30}{60}$
	<b>Kota</b>		<b>Desa</b>			
<b>Keaktifan</b>	Obs.	Exp.	Obs.	Exp.		
Tdk Aktif	10	7.5	20	22.5	30	
Aktif	5	7.5	25	22.5	30	
<b>Total</b>	15	15	45	45	<b>60</b>	

$\frac{15 \cdot 30}{60}$

# Uji $\chi^2$ utk Kebebasan Statistik Uji

4. Hitung Statistik Uji:  $\chi^2 = \sum_{ij} \frac{(f_{ij} - e_{ij})^2}{e_{ij}}$

$f_{ij}$	$e_{ij}$	$(f_{ij} - e_{ij})$	$(f_{ij} - e_{ij})^2$	$(f_{ij} - e_{ij})^2 / e_{ij}$
10	7.5	2.5	6.25	0.8333
20	22.5	-2.5	6.25	0.2777
5	7.5	-2.5	6.25	0.8333
25	22.5	2.5	6.25	0.2777

Jumlah= **2.2200** =  $\chi^2$

# Uji $\chi^2$ utk Kebebasan: Solusi Soal

$H_0$ : 2 peubah kategori (Keaktifan dlm keg sosial dgn Lokasi tempat tinggal) bebas

$H_1$ : 2 peubah kategori berhubungan

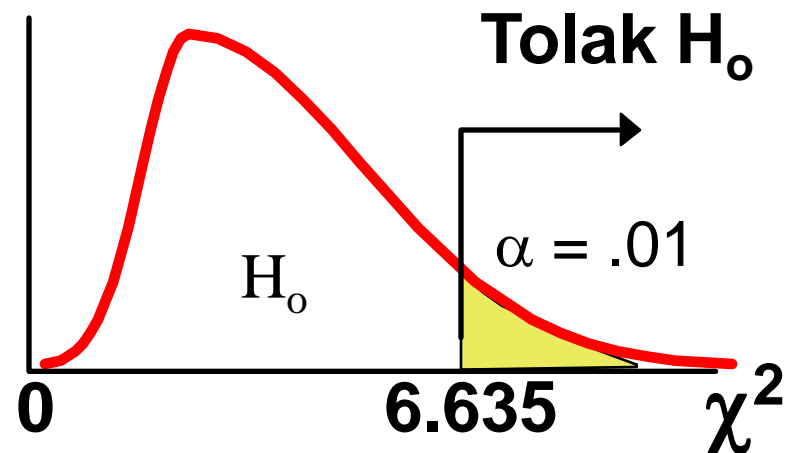
$$db = (b - 1)(k - 1) = 1$$

Keputusan:

Terima  $H_0$  pada  $\alpha = .01$

Kesimpulan:

Belum ada bukti bahwa ada hubungan antara keaktifan KK dgn lokasi tempat tinggalnya.



# Latihan Uji Z vs Uji $\chi^2$

- Voting hendak dilakukan diantara penduduk Jakarta dan Sekitarnya (DeBoTaBek) utk mengetahui pendapatnya mengenai larangan merokok di tempat umum. Jika dari contoh acak yg terambil, ternyata 120 dari 200 responden kota dan 240 dari 500 responden sekitarnya setuju mengenai larangan tsb, Ujilah apakah proporsi yg setuju sama saja?

# Output Minitab: Uji Z

Test and CI for Two Proportions

Sample	X	N	Sample p
1	120	200	0.600000
2	240	500	0.480000

**Difference = p (1) - p (2)**

**Estimate for difference: 0.12**

**95% CI for difference: (0.0392076, 0.200792)**

**Test for difference = 0 (vs not = 0): Z = 2.87 P-Value =  
0.004**

Tabulated statistics: Kota\_Sekitar, Setuju\_

Rows: Kota\_Sekitar Columns: Setuju\_

	0	1	All
1	80	120	200
	40.00	60.00	100.00
	97.1	102.9	200.0
2	260	240	500
	52.00	48.00	100.00
	242.9	257.1	500.0
All	340	360	700
	48.57	51.43	100.00
	340.0	360.0	700.0

Cell Contents:                   Count  
                                  % of Row  
                                  Expected count

Pearson Chi-Square = 8.235, DF = 1, P-Value = 0.004

Likelihood Ratio Chi-Square = 8.283, DF = 1, P-Value =  
0.004

# Uji $\chi^2$ utk k Proporsi: Latihan Soal

$$\chi^2 = 6.234, p = .044$$

Dlm suatu penelitian, dikumpulkan data di bawah ini utk menentukan apakah proporsi produk yg cacat oleh pekerja yg bertugas pagi, sore, dan malam hari sama atau tidak.

<b>Produk</b>	<b>Pagi</b>	<b>Sore</b>	<b>Malam</b>
<b>Cacat</b>	45	55	30
<b>Tdk Cacat</b>	905	890	20
<b>Total</b>	950	945	50



Ujilah pd taraf nyata .05 utk menentukan apakah proporsi produk yg cacat sama utk ketiga waktu kerja?.



Peubah <b>A</b>	Peubah B				Jumlah Baris
	$B_1$	$B_2$	...	$B_k$	
$A_1$	$n_{11}$	$n_{12}$	...	$n_{1k}$	$n_{1..}$
$A_2$	$n_{21}$	$n_{22}$	...	$n_{2k}$	$n_{2.}$
...	...	...	...	...	...
$A_b$	$n_{b1}$	$n_{b2}$	...	$n_{bk}$	$n_{b.}$
Jumlah Kolom	$n_{.1}$	$n_{.1}$	...	$n_{.1}$	$n_{..}$

$n_{ij} = f_{ij}$ : frekuensi pengamatan baris i kolom j

$$n_{i.} = \sum_{j=1}^k n_{ij} = n_{i1} + \dots + n_{ik}$$

$$n_{.j} = \sum_{i=1}^b n_{ij} = n_{1j} + \dots + n_{bj}$$

$$n_{..} = \sum_{i=1}^b \sum_{j=1}^k n_{ij} = n_{11} + \dots + n_{bk}$$

$$P(A_i) = n_{i.} / n_{..}$$

$$P(B_j) = n_{.j} / n_{..}$$

Jika peubah A dan peubah B bebas, peluang individu dalam sel (i,j):

$$P(A_i \cap B_j) = P(A_i) P(B_j) = n_{i.} / n_{..} \cdot n_{.j} / n_{..}$$

Frekuensi harapannya (jika bebas) dalam sel (i,j):

$$e_{ij} = P(A_i \cap B_j) n_{..} = n_{i.} \cdot n_{.j} / n_{..}$$

$$\chi^2 = \sum_{ij} \frac{(n_{ij} - e_{ij})^2}{e_{ij}} = \sum_{ij} \frac{(n_{ij}^2 - 2n_{ij}e_{ij} + e_{ij}^2)}{e_{ij}} = \sum_{ij} \frac{n_{ij}^2}{e_{ij}} - n_{..}$$

Peubah	Peubah B		Jumlah
	B <sub>1</sub>	B <sub>2</sub>	
A			Baris
A <sub>1</sub>	n <sub>11</sub>	n <sub>12</sub>	n <sub>1..</sub>
A <sub>2</sub>	n <sub>21</sub>	n <sub>22</sub>	n <sub>2.</sub>
Jumlah Kolom	n <sub>.1</sub>	n <sub>.1</sub>	n <sub>..</sub>

Untuk Tabel 2x2 :

$$\chi^2 = \frac{(n_{11}n_{22} - n_{12}n_{21})^2 n_{..}}{n_{1.}n_{2.}n_{.1}n_{.2}}$$

- Uji ini semakin baik jika n besar.
- Supaya frekuensi sel besar, dapat menggabungkan kategori-kategori, asalkan logis.

Jika ada beberapa sel (maks 20%) mempunyai  $5 \leq e_{ij} \leq 10$ , gunakan koreksi kekontinuan Yate:

$$\chi^2 = \sum_{ij} \frac{(|n_{ij} - e_{ij}| - 0.5)^2}{e_{ij}}$$

$$\chi^2 = \frac{\left( |n_{11}n_{22} - n_{12}n_{21}| - \frac{n_{..}}{2} \right)^2 n_{..}}{n_{1.}n_{2.}n_{.1}n_{.2}}$$

Untuk Tabel 2x2 :

Apakah ada hubungan antara motivasi kerja pegawai dengan kinerjanya, dari 2 kasus berikut?

### Kasus I

	Kinerja	
Motivasi	baik	kurang
tinggi	30 (0.6)	20 (0.4)
kurang	25 (0.5)	25 (0.5)

$$\chi^2 = 1.01; \quad p=0.315$$

### Kasus II

	Kinerja	
Motivasi	baik	kurang
tinggi	120 (0.6)	80 (0.4)
kurang	100 (0.5)	100 (0.5)

$$\chi^2 = 4.04; \quad p=0.044$$

Proporsi karyawan yg kinerjanya baik dari yg bermotivasi tinggi= 0.6 (utk kedua kasus)

Proporsi karyawan yg kinerjanya baik dari yg bermotivasi kurang= 0.5 (utk kedua kasus)

Dgn 100 sampel (kasus I), belum cukup bukti/kuat utk menyimpulkan bahwa ada hubungan antara motivasi dengan kinerja.

Dgn 400 sampel (kasus II), dpt disimpulkan bahwa makin tinggi motivasi kerja karyawan, makin baik kinerjanya.

# Tabel Kontingensi Klasifikasi Tiga Arah

## Pegawai Negeri Sipil

	Kinerja	
Motivasi	baik	kurang
tinggi	40	20
kurang	20	30

## Karyawan Swasta

	Kinerja	
Motivasi	baik	kurang
tinggi	20	40
kurang	15	25

- Apakah ada hubungan antara Motivasi Kerja dengan Kinerja? (Tanpa memperhatikan Status Pekerjaannya)
- Apakah ada hubungan antara Motivasi Kerja dengan Kinerjanya untuk kelompok Pegawai Negeri Sipil?
- Apakah ada hubungan antara Motivasi Kerja dengan Kinerjanya untuk kelompok Karyawan Swasta?
- Apakah hubungan antara Motivasi Kerja dengan Kinerja tergantung dari status pekerjaannya?

# Data Survey yg Diamati dari 200 Kepala Keluarga (KK) yg Tinggal Di Suatu Daerah:

KK	Pendi- dikan	Jumlah Anak	Merokok	Hiper- tensi	Income	Konsum- si	Status Pekerjaan
1	2	4	1	0	450	400	1
2	1	1	0	0	1000	850	0
3	1	7	0	0	175	150	0
4	3	1	2	1	600	500	1
5	1	5	2	0	750	600	1
.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.
<b>200</b>	<b>3</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>1</b>	<b>680</b>	<b>480</b>	<b>1</b>

# Banyaknya Kepala Keluarga Menurut Tingkat Pendidikan dan Jumlah Anak

(Tabel Kontingensi 3x8 atau Tabel Dua-Arah)

Pendidikan	Jumlah Anak								Jumlah
	0	1	2	3	4	5	6	7	
≤ SLTP	6	8	18	19	23	6	1	1	82
SLTA	10	9	27	15	10	6	1	0	78
Perguruan Tinggi	4	13	4	8	8	2	0	0	39
	20	30	49	41	41	14	2	1	199

# Banyaknya Kepala Keluarga Menurut Tingkat Pendidikan dan Jumlah Anak yg sudah dikategorikan

Pendidikan	Jumlah Anak			Jumlah
	0 – 1 Sedikit	2 – 3 Cukup	≥ 4 Banyak	
≤ SLTP	14 (17%)	37 (45%)	31 (38%)	82 (100%)
SLTA	19 (24%)	42 (54%)	17 (22%)	78 (100%)
Perguruan Tinggi	17 (44%)	12 (31%)	10 (26%)	39 (100%)
Jumlah	50 (25%)	91 (46%)	58 (29%)	199 (100%)

# Banyaknya Kepala Keluarga Menurut Tingkat Pendidikan, Jumlah Anak dan Jenis Pekerjaan (Tabel Tiga-arah)

Jenis Pekerjaan	Pendidikan	Jumlah Anak			Jumlah
		0 - 1	2 - 3	$\geq 4$	
Petani	$\leq$ SLTP	7	18	15	40
	SLTA	9	21	8	38
	PT	8	6	5	19
Bukan Petani	$\leq$ SLTP	7	19	16	42
	SLTA	10	21	9	40
	PT	9	6	5	20
Jumlah		50	91	58	199



# UJI EKSAK FISHER

Jika sudah Tabel 2x2 tapi frekuensi sel tetap kecil, misalnya

Peubah	Peubah B		Jumlah Baris
	B <sub>1</sub>	B <sub>2</sub>	
A <sub>1</sub>	3	9	12
A <sub>2</sub>	12	5	17
Jumlah Kolom	15	14	19

Peluang tepat mendapatkan pola frekuensi seperti dlm tabel jika H<sub>0</sub> benar (A & B bebas):

Misal dari semua individu (n<sub>..</sub>), jika diambil n<sub>1.</sub> contoh A<sub>1</sub>, maka peluang mendptkan tepat n<sub>11</sub> kategori B<sub>1</sub> dan n<sub>12</sub> kategori B<sub>2</sub> adalah sbb:

Sebaran Hipergeometrik

$$P_{(n_{11}, n_{12})} = \frac{\binom{n_{.1}}{n_{11}} \binom{n_{.2}}{n_{12}}}{\binom{n_{..}}{n_{1.}}} = \frac{n_{.1}! n_{.2}! n_{1.}! n_{2.}!}{n_{..}! n_{11}! n_{12}! n_{21}! n_{22}!} = 0.01755252$$

# Menentukan $p$ -value (peluang salah dlm memutuskan $H_1$ )

Misal frekuensi terkecil adalah  $a$  di sel  $(1,1)$ . Jika jumlah marginal tetap, tabel frekuensi yang kondisinya “jauh dari  $H_0$ ” ada a kemungkinan lagi.

Peubah A	Peubah B		Jumlah Baris
	$B_1$	$B_2$	
$A_1$	3	9	12
$A_2$	12	5	17
Jumlah Kolom	15	14	29

Peubah A	Peubah B		Jumlah Baris
	$B_1$	$B_2$	
$A_1$	2	10	12
$A_2$	13	4	17
Jumlah Kolom	15	14	29

Peubah A	Peubah B		Jumlah Baris
	$B_1$	$B_2$	
$A_1$	1	11	12
$A_2$	14	3	17
Jumlah Kolom	15	14	29

Peubah A	Peubah B		Jumlah Baris
	$B_1$	$B_2$	
$A_1$	0	12	12
$A_2$	15	2	17
Jumlah Kolom	15	14	29

Arah hubungan ( $H_1$ ) sudah ditentukan dulu → uji eka arah

Menentukan  $p$ -value (peluang salah dlm memutuskan  $H_1$ )

$$P\text{-value} = \sum_{i=0}^{a=n_{11}} P_i \quad i : \text{jumlah frekuensi di sel}(1,1)$$

Peubah A	Peubah B		Jumlah Baris
	B <sub>1</sub>	B <sub>2</sub>	
A <sub>1</sub>	a	b	12
A <sub>2</sub>	c	d	17
Jumlah Kolom	15	14	29

Mis. utk  $i=k$ , tabelnya sebelah kiri

$$P_k = \frac{n_{.1}!n_{.2}!n_{1.}!n_{2.}!}{n_{..}!a_k!b_k!c_k!d_k!}$$

Peubah A	Peubah B		Jumlah Baris
	B <sub>1</sub>	B <sub>2</sub>	
A <sub>1</sub>	a+1	b-1	12
A <sub>2</sub>	c-1	d+1	17
Jumlah Kolom	15	14	29

utk  $i=k+1$ , tabelnya sebelah kiri

$$P_{(k+1)} = \frac{n_{.1}!n_{.2}!n_{1.}!n_{2.}!}{n_{..}!(a_k+1)!(b_k-1)!(c_k-1)!(d_k+1)!}$$

$$P_{(k+1)} = \frac{b_k c_k}{(a_k+1)(d_k+1)} P_k$$

Menentukan  $p$ -value (peluang salah dlm memutuskan  $H_1$ )

Peubah A	Peubah B		Jumlah Baris
	B <sub>1</sub>	B <sub>2</sub>	
A <sub>1</sub>	0	12	12
A <sub>2</sub>	15	2	17
Jumlah Kolom	15	14	29

$$P_k = \frac{n_{.1}!n_{.2}!n_{1.}!n_{2.}!}{n_{..}!a_k!b_k!c_k!d_k!}$$

$$P_0 = \frac{14!17!}{29!2!} = 0.17535 \times 10^{-5}$$

Peubah A	Peubah B		Jumlah Baris
	B <sub>1</sub>	B <sub>2</sub>	
A <sub>1</sub>	1	11	12
A <sub>2</sub>	14	3	17
Jumlah Kolom	15	14	29

$$P_{(k+1)} = \frac{b_k c_k}{(a_k + 1)(d_k + 1)} P_k$$

$$P_{(1)} = \frac{12(15)}{1(3)} P_0 = 10.521 \times 10^{-5}$$

Menentukan  $p$ -value (peluang salah dlm memutuskan  $H_1$ )

Peubah A	Peubah B		Jumlah Baris
	B <sub>1</sub>	B <sub>2</sub>	
A <sub>1</sub>	2	10	12
A <sub>2</sub>	13	4	17
Jumlah Kolom	15	14	29

$$P_{(k+1)} = \frac{b_k c_k}{(a_k + 1)(d_k + 1)} P_k$$

$$P_{(2)} = \frac{11(14)}{2(4)} P_1 = 202.529 \times 10^{-5}$$

Peubah A	Peubah B		Jumlah Baris
	B <sub>1</sub>	B <sub>2</sub>	
A <sub>1</sub>	3	9	12
A <sub>2</sub>	12	5	17
Jumlah Kolom	15	14	29

$$P_{(3)} = \frac{10(13)}{3(5)} P_2 = 1755.252 \times 10^{-5}$$

$$P\text{-value} = P_0 + P_1 + P_2 + P_3 = 0.0197 < \alpha \rightarrow H_1$$

Kesimpulan: Ada hubungan antara Peubah A dgn Peubah B

# Ukuran Keeratan Hubungan

- Apakah Hubungan tsb signifikan dlm pengertian hubungan yg kuat (bermakna)
- Risiko kesalahan ( $p$ ) tgt ukuran contoh
- Jika proporsi dlm sel tdk berubah, nilai statistik uji naik  $k$  kali sesuai kenaikan  $n$ .
- Suatu perbedaan proporsi dpt signifikan atau tidak secara statistika, tanpa melihat signifikan dlm pengertian lain (bermakna)
- Utk Tabel 2x2, perbedaan proporsi dpt digunakan ukuran kekuatan hubungan. Bgm dgn Tabel IxJ ?
- Hubungan signifikan tgt 2 faktor: kekuatan Hubungan dan ukuran contoh

# Koefisien Phi: $\Phi^2 = \chi^2/n_{..}$

## Kasus I

	Kinerja	
Motivasi	baik	kurang
tinggi	30 (0.6)	20 (0.4)
kurang	25 (0.5)	25 (0.5)

$$\chi^2 = 1.01; \quad p=0.315$$

$$\Phi^2 = 0.0101$$

## Kasus II

	Kinerja	
Motivasi	baik	kurang
tinggi	120 (0.6)	80 (0.4)
kurang	100 (0.5)	100 (0.5)

$$\chi^2 = 4.04; \quad p=0.044$$

$$\Phi^2 = 0.0101$$

- Utk Tabel 2x2, maksimum  $\Phi^2 = 1$
- Utk Tabel b x k,  $\Phi^2$  dpt  $> 1$

# Koefisien Tschuprow ( $T^2$ )

$$T^2 = \frac{\chi^2}{n \cdot \sqrt{(b-1)(k-1)}} = \frac{\phi^2}{\sqrt{(b-1)(k-1)}}$$

- Utk Tabel  $b=k$ ,  $T^2 \leq 1$
- Utk Tabel  $b \neq k$ ,  $T^2 < 1$



# Koefisien Cramer ( $V^2$ )

$$V^2 = \frac{\chi^2}{n \cdot \text{Min}(b-1, k-1)} = \frac{\phi^2}{\text{Min}(b-1, k-1)}$$

- Utk Tabel 2xk,  $V^2 = \phi^2$

# Koefisien Kontingensi Pearson (C)

$$C = \sqrt{\frac{\chi^2}{\chi^2 + n_{..}}} \quad \text{Maks } C = \sqrt{\frac{n_{..}}{n_{..} + n_{..}}} = 0.707$$

Mudah diinterpretasi: C =  $\frac{1}{0.707} \sqrt{\frac{\chi^2}{\chi^2 + n_{..}}}$   
(koreksi)

- Supaya,  $C \leq 1$

# Koefisien Yule (Q), utk Tabel 2x2

$$Q = \frac{n_{11}n_{22} - n_{12}n_{21}}{n_{11}n_{22} + n_{12}n_{21}} \quad -1 \leq Q \leq +1$$

Peubah A	Peubah B		Jumlah Baris
	B <sub>1</sub>	B <sub>2</sub>	
A <sub>1</sub>	30	0	30
A <sub>2</sub>	10	50	60
Jumlah Kolom	40	50	90

Peubah A	Peubah B		Jumlah Baris
	B <sub>1</sub>	B <sub>2</sub>	
A <sub>1</sub>	40	0	40
A <sub>2</sub>	10	50	60
Jumlah Kolom	50	50	100

Note:

Koef Yule:  $Q_1 = Q_2 = 1$

Tapi Koef Phi:

$\Phi^2_1 = 0.429$  dan

$\Phi^2_1 = 0.667$

# Odds Ratio ( $\alpha$ )

Odds: ratio individu-individu yg kategorinya berbeda dlm satu peubah, tapinkategorinya sama dlm peubah yg lain

Utk Tabel 2x2:  $\frac{n_{11}}{n_{21}}$ ,  $\frac{n_{12}}{n_{22}}$ ,  $\frac{n_{11}}{n_{12}}$  atau  $\frac{n_{21}}{n_{22}}$

$$\alpha = \frac{\frac{n_{11}}{n_{21}}}{\frac{n_{12}}{n_{22}}} = \frac{\frac{n_{11}}{n_{12}}}{\frac{n_{21}}{n_{22}}} = \frac{n_{11}n_{22}}{n_{12}n_{21}}$$

- Tdk pernah negatif
- Jika nilai odds sama ( $\alpha=1$ ), maka kedua peubah bebas