METODE SIMPLEKS (MS)

- Teori LP: solusi optimal di titik pojok (sudut) daerah solusi *feasible.*
- Metode Simpleks memeriksa titik-titik sudut secara sistematik (iteratif), menggunakan konsep aljabar dasar, sampai diperoleh solusi optimal.
- Pendekatan MS menghasilkan:

  - solusi optimal mengenai peubah2 keputusan dan nilai fungsi tujuannya

  - Beberapa informasi ekonomi yang bermanfaat (Analisis sensitifitas dan dualitas)
- Banyak paket program LP menyajikan hasilnya sedikit bervariasi; namun dgn memahami metode simpleks akan mudah menginterpretasi output komputer dari berbagai paket program, seperti QM4W, LINDO, PAM, SAS, LINPRO, MPSX, ALPS, LINPROG, dan lain-lain.

Menyusun Solusi (Tabel) Simpleks Awal

Setelah masalah diformulasikan dalam fungsi tujuan dan fungsi kendala, **konversikan semua pertidaksamaan kendala kedalam suatu persamaan** (bentuk standar TABLO SIMPLEKS), dengan cara:

- Tambahkan peubah ***Slack* (+S)** disisi kiri **pada kendala ≤**, dan pada fungsi tujuan. Peubah slack ini dapat diinterpretasikan sebagai **sumberdaya yang tidak digunakan**. *Koefisien dalam fungsi tujuannya diberi nilai 0* karena tidak memberikan kontribusi.
- Tambahkan peubah ***Artifisial* (A)** disisi kiri **pada kendala =**, dan pada fungsi tujuan. Peubah ini digunakan **untuk mempermudah menentukan solusi awal** dalam tablo simpleks, dan tidak mempunyai arti fisik sehingga harus keluar dari peubah basis sebelum solusi optimal diperoleh.
- Kurangkan peubah ***Surplus* (-S)** disisi kiri **pada kandala ≥**, dan pada fungsi tujuan. Koefisien dalam fungsi tujuannya diberi nilai 0 karena tidak memberikan kontribusi.. Kemudian tambahkan peubah ***Arlifisial* (A)** untuk mempermudah menentukan solusi awal. Peubah ***Surplus*** dapat diinterpretasikan sebagai ***berapa banyak, solusi melebihi batas minimum sumberdaya dari suatu kendala***.

tanda ≥ : biasa ditemui dlm masalah minimisasi

5 Langkah Metode Simpleks *(maksimisasi)*

1. Pilih peubah dgn nilai C_j-Z_j yg positif terbesar utk dimasukkan ke solusi (basis) → *kolom pivot*
2. Tentukan peubah basis yg akan diganti dgn memilih yg rasio KolomKuantitas/ pivot, terkecil (non negatif) → *baris pivot.* Perpotongan *kp* dan *bp* → *unsur pivot*
3. Hitung nilai baru dari baris pivot, dgn membagi tiap unsurnya dengan unsur pivot. $bp^*_j = bp_j/up$
4. Hitung nilai baru dari baris lainnya. $b^*_j = b_j – a_p\ bp^*_j$
5. Hitung Z_j dan C_j-Z_j utk Tablo Simpleks tsb. Jika ada nilai C_j-Z_j yg positif, kembali ke(1). Jika tidak, solusi optimal sdh didapat (stop).

b_j : angka dlm baris lama

a_p : angka dibawah atau di atas angka pivot pd baris tsb.

bp^*_j : angka yg bersesuaian dlm baris pivot baru (dari langkah(3)

Dlm *Minimisasi*, prosedur dimodifikasi dgn 2 cara:

1. Dlm langkah(5), peubah yg masuk dlm solusi adalah yg nilai Cj-Zj nya negatif terbesar.
2. Sama prosedurnya, tapi fungsi tujuan dimodifikasi dulu: Min Cost = $5 X_1 + 6 X_2$ → Max (-Cost) = $- 5 X_1 - 6 X_2$

Peubah Artifisial : Tdk punya arti fisik; hanya utk memudahkan penentuan solusi awal. Sebelum solusi akhir tercapai, peubah artifisial harus keluar dari basis. Diatasi melalui fungsi tujuan, dgn memberi cost/unit sgt besar dlm masalah minimisasi.

Peubah Basis: peubah keputusan dlm solusi ($\neq 0$)

Tingkat Substitusi (unsur matriks A dlm tablo simpleks): banyaknya unit peubah basis yg dikeluarkan jika diganti oleh 1 unit peubah non-basis.

Z_j : Total *gross profit* (utk kolom kuantitas). *Gross profit* yg dikorbankan jika menambah 1 unit peubah ke dlm solusi yg sdh dibuat.

C_j-Z_j : Tambahan *profit* = *profit* yg diperoleh - *profit* yg dikorbankan.

Teladan untuk masalah perusahaan furnitur :

Max 7 X1 + 5 X2 + 0 S1 + 0 S2

Dengan kendala 2 X1 + 1 X2 + 1 S1 + 0 S2 = 100 *(painting constraint)*

4 X1 + 3 X2 + 0 S1 + 1 S2 = 240 *(carpentry constraint)*

Profit per Unit Column	*Prod. Mix Column*	*Real Variables Columns*		*Slack Variables Columns*		*Constant Column*	
C_j		\$7	\$5	\$0	\$0		*Profit per unit row*
	Solution Mix	T	C	S_1	S_2	*Quantity*	
\$0	S_1	2	1	1	0	100	*Constraint equation rows*
\$0	S_2	4	3	0	1	240	
	Z_j	\$0	\$0	\$0	\$0	\$0	*Gross Profit row*
	$C_j - Z_j$	\$7	\$5	\$0	\$0		*Net Profit row*

Pivot Row, Pivot Number Identified in the Initial Simplex Tableau

C_j		$7	$5	$0	$0	
	Solution Mix	T	C	S_1	S_2	*Quantity*
$0	S_1	2	1	1	0	100
$0	S_2	4	3	0	1	240
	Z_j	$0	$0	$0	$0	$0
	$C_j - Z_j$	$7	$5	$0	$0	

Pivot row

Pivot number

Pivot column

Largest (C_j - Z_j) value

Pivot Row Changed

Row divided by 2

C_j		\$7	\$5	\$0	\$0	
	Solution Mix	T	C	S_1	S_2	*Quantity*
\$7	T	1	1/2	1/2	0	50
\$0	S_2	4	3	0	1	240
	Z_j					
	$C_j - Z_j$					

This row will be changed next to get a zero in the pivot column.

Calculating the New S_2 Row for Flair's Second Tableau

Equation 9-1

$$\begin{pmatrix}\text{New}\\ \text{Row}\\ \text{Numbers}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\text{Numbers}\\ \text{in old}\\ \text{row}\end{pmatrix} - \left[\begin{pmatrix}\text{Number}\\ \text{above}\\ \text{or below}\\ \text{pivot}\\ \text{number}\end{pmatrix} \times \begin{pmatrix}\text{Corresponding}\\ \text{number}\\ \text{in the}\\ \text{new row}\end{pmatrix}\right]$$

0	=	4	-	(4)	x	(1)
1	=	3	-	(4)	x	(1/2)
-2	=	0	-	(4)	x	(1/2)
1	=	1	-	(4)	x	(0)
40		240		(4)		(50)

Completed Second Simplex Tableau for Flair Furniture

Row divided by 2

C_j	Solution Mix	$7	$5	$0	$0	
		T	C	S_1	S_2	*Quantity*
$7	T	1	1/2	1/2	0	50
$0	S_2	0	1	-2	1	40
	Z_j	$7	$7/2	$7/2	$0	$350
	C_j - Z_j	$0	$3/2	-$7/2	$0	

Row calculated using Equation 9-1 as shown in previous slide

Pivot Row, Column, and Number Identified in Second Simplex Tableau

C_j	Solution Mix	T	C	S_1	S_2	Quantity	
		$7	$5	$0	$0		
$7	T	1	1/2	1/2	0	50	
$0	S_2	0	1	-2	1	40	Pivot row
	Z_j	$7	$7/2	$7/2	$0	$350 (Total Profit)	
	$C_j - Z_j$	$0	$3/2	-$7/2	$0		

Pivot number

Pivot column

Calculating the New *T* Row for Flair's Third Tableau

$$\begin{pmatrix}\text{New}\\ \text{Row}\\ \text{Numbers}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\text{Numbers}\\ \text{in old}\\ \text{row}\end{pmatrix} - \left[\begin{pmatrix}\text{Number}\\ \text{above}\\ \text{or below}\\ \text{pivot}\\ \text{number}\end{pmatrix} \times \begin{pmatrix}\text{Corresponding}\\ \text{number}\\ \text{in the}\\ \text{new row}\end{pmatrix}\right]$$

1	=	1	-	(1/2)	x	(0)
0	=	1/2	-	(1/2)	x	(1)
3/2	=	1/2	-	(1/2)	x	(-2)
-1/2	=	0	-	(1/2)	x	(1)
30		50		(1/2)		(40)

Final Simplex Tableau for the Flair Furniture Problem

C_j	*Solution Mix*	$7	$5	$0	$0	
		T	*C*	S_1	S_2	*Quantity*
$7	*T*	1	0	3/2	-1/2	30
$5	*C*	0	1	-2	1	40
	Z_j	$7	5	$1/2	$3/2	$410
	$C_j - Z_j$	$0	$0	-$1/2	-$3/2	

Since every number in the last row is 0 or negative, an optimal solution has been found. The solution is:

T = 30 tables — S_1 = 0 slack hours in painting

C = 40 chairs — S_2 = 0 slack hours in carpentry

profit = $410 for the optimal solution

Analisis Sensitifitas

- Manajemen beroperasi dalam lingkungan yang dinamis, misalnya terjadi perubahan dalam biaya dan harga, sumberdaya, serta teknologi, sehingga akan mempengaruhi keputusan solusi optimal yang berkaitan dengan produksi. Asumsi *certainty* yang sering dilanggar dalam model LP ini, diatasi dengan **Analisis sensitifitas**.

Analisis sensitifitas ini digunakan paling tidak untuk:

(1) menangani kesalahan-kesalahan parameter input dalam model LP,

(2) mengetahui efek percobaan-percobaan manajemen terhadap keuntungan atau biaya.

- Analisis sensitifitas ini dilakukan berdasarkan hasil analisis tablo simpleks akhir, untuk menentukan selang perubahan dalam parameter model, yang tidak akan mempengaruhi solusi optimal, atau perubahan peubah-peubah dalam *basis*. (***Postoptimality Analysis)***.

Sebagai ilustrasi, misalnya pabrik Sony memproduksi *Stereo Record Player* (sebanyak X_1) dan *Stereo Receiver* (sebanyak X_2) tiap minggu dengan tujuan memaksimumkan *profit,* yang dapat dimodelkan sebagai berikut:

•. Memaksimumkan keuntungan = $50\ X_1 + 120\ X_2$

Dengan kendala:

$2\ X_1 + 4\ X_2 \leq 80$ (jumlah jam/minggu di bagian *electrician*)

$3\ X_1 + 1\ X_2 \leq 60$ (jumlah jam/minggu di bag Teknisi Audio)

$X_1,\ X_2 \geq 0$ (kendala *nonnegativity*)

Perubahan dlm Koefisien Fungsi Tujuan

1. Koef Peubah Basis: *seberapa besar perubahan C_j nya agar tidak mempengaruhi solusi optimal.* (peubah non basis tdk menggantikan salah satu dari peubah basis). $C_j \leq Z_j$ →(*range of insignificance for non basisc variable)*
2. Koef Peubah Basis. Sedikit lebih kompleks krn dpt mempengaruhi C_j-Z_j dari semua peubah non-basis. *(range of apotimality for basic variable)*

Perubahan dlm Koefisien Teknologi

- Tdk mempengaruhi fungsi tujuan tapi merubah bentuk dari daerah solusi *feasible*.
- Analisis sensitifitas dgn metode simpleks sgt *complicated*. Demo dgn grafik relatif mudah.

Perubahan dlm Sumberdaya

- merubah daerah *feasible* dan sering solusi optimal juga.
- Penting dianalisis krn kondisi pasar yg dinamis.
- Kolom peubah *slack* yg negatif C_j-Z_j, dpt diinterpretasikan sbg potensi kenaikan dlm profit (nilai f tujuan) jika 1 unit SD tsb dpt tersedia lagi.
- *Shadow Price*: “nilai” dari 1 unit tambahan suatu SD.
- RHS *ranging*: Jml SD yg dpt di(+/-) dan masih punya *shadow price* yg tetap

Masalah Minimisasi

Sebuah perusahaan kimia harus memproduksi campuran khusus dari phosphate (P) dan potassium (K) untuk konsumennya sebanyak tepat 1000 pound. Biaya per pound phosphate adalah $5, dan untuk potassium $6. Phosphate yang dapat digunakan sebanyak maksimum 300 pound, dan paling sedikit 150 pound potassium harus digunakan. Masalahnya adalah menentukan campuran 2 unsur (Ingredient) tersebut dengan biaya seminimal mungkin.