

STATISTIKA NONPARAMETRIK

Oleh

Bambang Juanda

<https://bambangjuanda.com/>

Skala pengukuran: Nominal, Ordinal, Interval, Rasio

Uji hipotesis variabel interval dan rasio dapat dilakukan dengan statistika parametrik karena lebih *powerful*.
Namun **jika tidak memenuhi asumsinya dapat digunakan uji STK Nonparametrik.**

Korelasi pearson → **Spearman** (data diurutkan).
Nilai kritis dari Tabel r_s jika $n \leq 30$.

Uji Z → Uji Tanda; Mann-Whitney Test; Wilcoxon Signed-Rank Test; **Uji χ^2 ; Uji Eksak Fisher** ← utk beda P

ANOVA, Statistik Uji F → Kruskal Wallis Test

Sedangkan untuk **Data Kategori/Kualitatif** (Nominal & Ordinal) dapat dilakukan dengan **uji statistika nonparametrik.**

Pilihan Menu Statistika Uji Nonparametrik

2 - Stata/MP 14.0 - C:\Users\BJ\Google Drive\GD\materi\Ekonometrika\Presentasi\buku ekmtrk-BJ+\ekonometrika BJ\Kuliah Ekonometrika\Data\Bab 3 Detergen & Ln.dt

The screenshot shows the Stata software interface. The 'Statistics' menu is open, and the path 'Nonparametric tests of hypotheses' is selected. The sub-menu is also open, showing various nonparametric tests. The background shows a list of variables including Ln_P, Ln_Pr, Ln_Ad, Ln_Inc, Ln_T, and _cons.

```
. spearman Demand P, stats(p)
```

```
Number of obs =      30
Spearman's rho =    -0.7474
```

```
Test of Ho: Demand and P are independent
Prob > |t| =      0.0000
```

```
. pwcorr Demand P, obs sig
```

| | Demand | P |
|--------|-------------------------|--------------|
| Demand | 1.0000 30 | |
| P | -0.7292 0.0000 30 | 1.0000 30 |

- One-sample Kolmogorov-Smirnov test
- Two-sample Kolmogorov-Smirnov test
- Kruskal-Wallis rank test
- Wilcoxon matched-pairs signed-rank test
- Test equality of matched pairs
- Wilcoxon rank-sum test
- K-sample equality-of-medians test
- Test for random order
- Trend test across ordered groups
- Spearman's rank correlation
- Kendall's rank correlation

Kategori \rightarrow Proporsi (Interval)

- **Uji-Z utk Perbedaan Dua Proporsi (Dua Contoh Bebas)**
- **Uji χ^2 utk Perbedaan Dua Proporsi (Dua Contoh Bebas)**
- **Uji χ^2 utk Perbedaan k Proporsi (k Contoh Bebas)**
- **Uji χ^2 utk Kebebasan 2 Peubah Kategori**

Uji Z utk Perbedaan Dua Proporsi

- Digunakan utk:

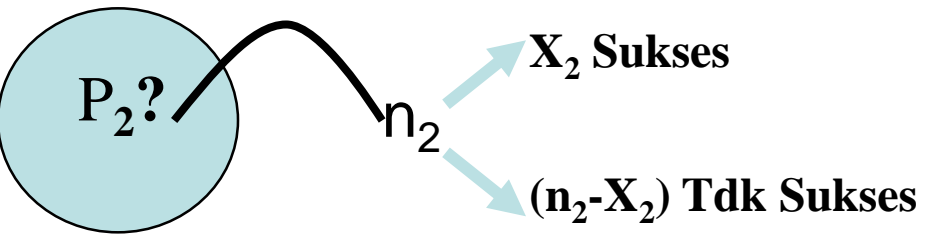
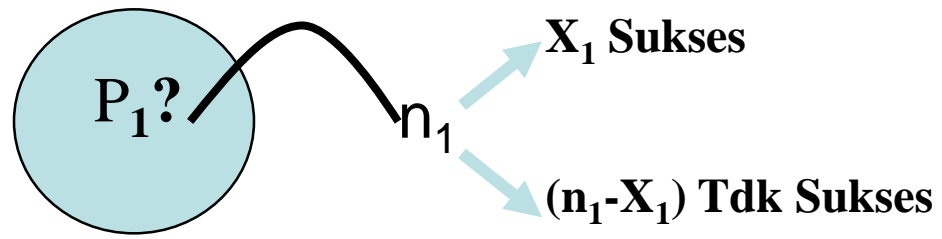
Menentukan apakah ada perbedaan antara 2 proporsi populasi dan apakah yg satu lebih besar dari yg lain.

- Asumsi:

- 2 Contoh Bebas

- Populasi mengikuti Sebaran Binomial

- Ukuran Sample Cukup Besar: $np \geq 5$ dan $n(1-p) \geq 5$ utk masing-masing populasi



Statistik Uji Z

$$Z \cong \frac{(p_{s_1} - p_{s_2}) - (p_1 - p_2)}{\sqrt{\bar{p}(1 - \bar{p}) \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}}$$

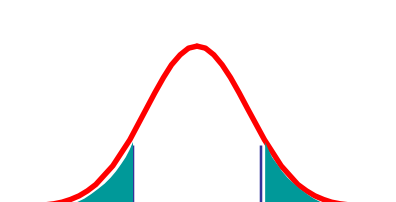
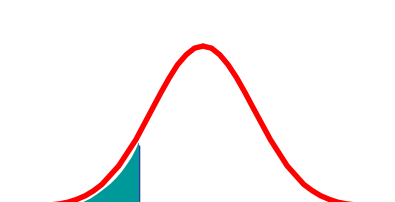
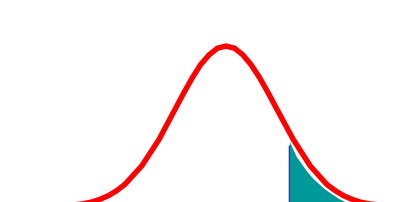
Dimana $\bar{p} = \frac{X_1 + X_2}{n_1 + n_2}$

Dugaan Gabungan Proporsi Populasi

$X_1 =$ Banyaknya kejadian Sukses dlm Sample 1

$X_2 =$ Banyaknya kejadian Sukses dlm Sample 2

Nyatakan Hipotesis utk Uji Z

| Hipotesis | Pertanyaan Penelitian | | |
|----------------------|--|---|--|
| | Tdk Berbeda Berbeda | Prop 1 \geq Prop 2 Prop 1 $<$ Prop 2 | Prop 1 \leq Prop 2 Prop 1 $>$ Prop 2 |
| H₀ | $p_1 - p_2 = 0$ | $p_1 - p_2 \geq 0$ | $p_1 - p_2 \leq 0$ |
| H₁ | $p_1 - p_2 \neq 0$ | $p_1 - p_2 < 0$ | $p_1 - p_2 > 0$ |
| |  |  |  |

Teladan

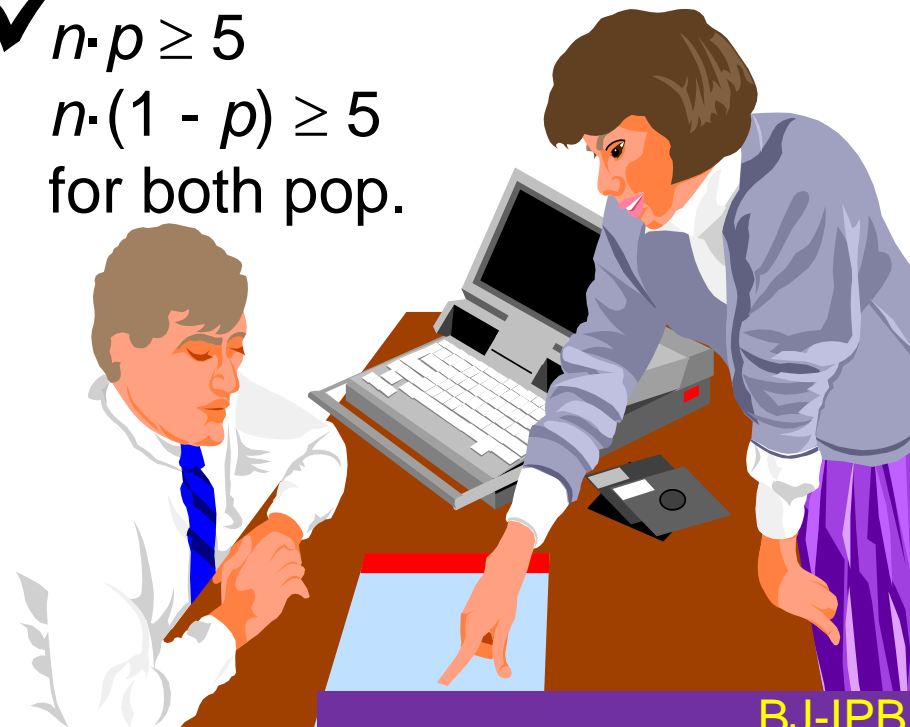
Uji Z utk Dua Proporsi

- Sbg direktur personalia, anda ingin menguji persepsi kejujuran dari dua metode evaluasi kinerja. 63 dari 78 karyawan dikategorikan Method 1 sbg jujur. 49 dari 82 dikategorikan Method 2 sbg jujur. Pada taraf nyata 0.01, Apakah ada perbedaan persepsi?

$$p_{S_1} = \frac{63}{78} = .808 \quad n_1 = 78$$

$$p_{S_2} = \frac{49}{82} = .598 \quad n_2 = 82$$

✓ $n \cdot p \geq 5$
 $n \cdot (1 - p) \geq 5$
for both pop.



Perhitungan Statistik Uji Z

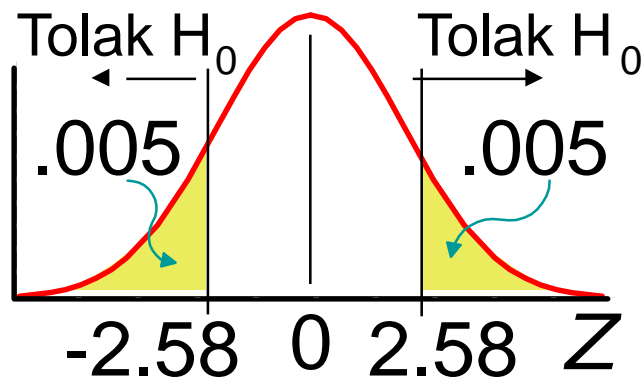
$$Z \cong \frac{(p_{s_1} - p_{s_2}) - (p_1 - p_2)}{\sqrt{\bar{p}(1 - \bar{p})\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}} \\ = \frac{(.808 - .598) - 0}{\sqrt{(.70)(.30)\left(\frac{1}{78} + \frac{1}{82}\right)}} = 2.90$$

$$\bar{p} = \frac{X_1 + X_2}{n_1 + n_2} = \frac{63 + 49}{78 + 82} = .70$$

Uji Z utk Perbedaan Dua Proporsi: Solusi

- $H_0: p_1 - p_2 = 0$
- $H_1: p_1 - p_2 \neq 0$
- $\alpha = 0.01$

- $n_1 = 78$ $n_2 = 82$
- Nilai kritis :



Statistik Uji:

$$Z \cong 2.90$$

Keputusan:

Tolak pada $\alpha = 0.01$

Kesimpulan:

Ada bukti bahwa proporsinya berbeda ($p_1 > p_2$).

Uji χ^2 : Basic Idea

- **Bandungkan frekuensi pengamatan thd harapan jika hipotesis nol benar**
- **Makin dekat frekuensi pengamatan ke frekuensi harapan, makin besar kemungkinan H_0 benar**
 - **Diukur dgn perbedaan kuadrat relatif thd frekuensi harapan**
 - **Jumlah perbedaan kuadrat relatif adalah statistik ujinya**

Uji χ^2 utk 2 Proporsi Tabel Kontingensi

- Tabel Kontingensi utk Membandingkan Kejujuran dari Kedua Metode Evaluasi

2 Populasi

| Persepsi | Metode Evaluation | | Total |
|-----------------|--------------------------|-----------|--------------|
| | 1 | 2 | |
| Jujur | 63 | 49 | 112 |
| Tdk Jujur | 15 | 33 | 48 |
| Total | 78 | 82 | 160 |

Taraf (nilai) Peubah

Uji χ^2 utk 2 Proporsi Frekuensi Harapan

- 112 dari Total 160 adalah 'jujur' ($\bar{p} = 112/160$)
- 78 menggunakan metode evaluasi 1
- *Diharapkan* $(78 \cdot 112/160) = 54.6$ sbg 'jujur'

| Persepsi | Metode Evaluasi | | Total |
|--------------|-----------------|-----------|------------|
| | 1 | 2 | |
| Jujur | 63 | 49 | 112 |
| Tdk Jujur | 15 | 33 | 48 |
| Total | 78 | 82 | 160 |

Statistik Uji χ^2

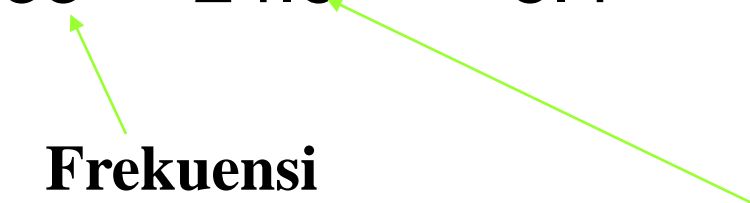
$$\chi^2 = \sum_{ij} \frac{(f_{ij} - e_{ij})^2}{e_{ij}}$$

f_{ij} = *Frekuensi Pengamatan* dlm sel i,j

e_{ij} = *Frekuensi Harapan (teoritis)* dlm sel i,j

Perhitungan Statistik Uji χ^2

| f_{ij} | e_{ij} | $(f_{ij} - e_{ij})$ | $(f_{ij} - e_{ij})^2$ | $(f_{ij} - e_{ij})^2 / e_{ij}$ |
|----------|----------|---------------------|-----------------------|--------------------------------|
| 63 | 54.6 | 8.4 | 70.56 | 1.293 |
| 49 | 57.4 | -8.4 | 70.56 | 1.293 |
| 15 | 23.4 | -8.4 | 70.56 | 3.015 |
| 33 | 24.6 | 8.4 | 70.56 | 2.868 |
| | | | | Jumlah= 8.405 = χ^2 |



Frekuensi Pengamatan **Frekuensi Harapan**

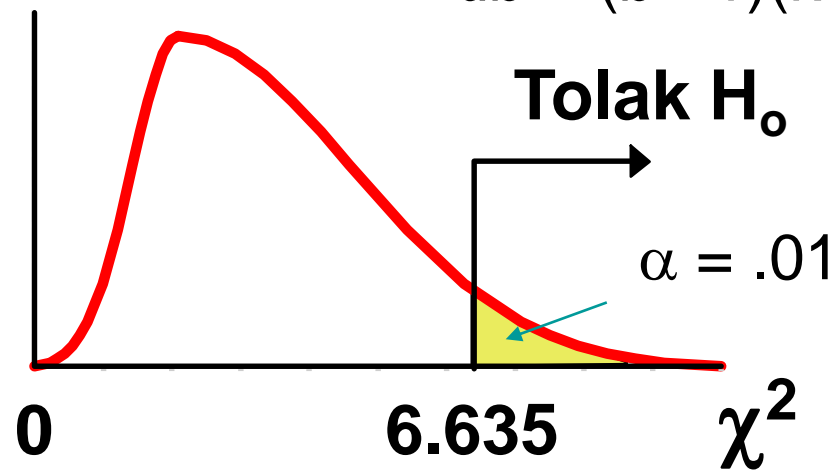
Uji χ^2 utk Dua Proporsi Mencari Nilai Kritis

b = 2 (# baris dlm Tabel Kontingensi)

k = 2 (# kolom)

$\alpha = .01$

$$db = (b - 1)(k - 1) = 1$$



**Tabel χ^2
(Sebagian)**

Daerah Ekor Kanan

| DB | .995 | ... | .95 | ... | .05 | .025 | .01 |
|----|-------|-----|-------|-----|-------|-------|--------------|
| 1 | ... | ... | 0.004 | ... | 3.841 | 5.024 | 6.635 |
| 2 | 0.010 | ... | 0.103 | ... | 5.991 | 7.378 | 9.210 |

Uji χ^2 utk Dua Proporsi: Solusi

$$H_0: p_1 - p_2 = 0$$

$$H_1: p_1 - p_2 \neq 0$$

Statistik Uji $\chi^2 = 8.405$

Keputusan:

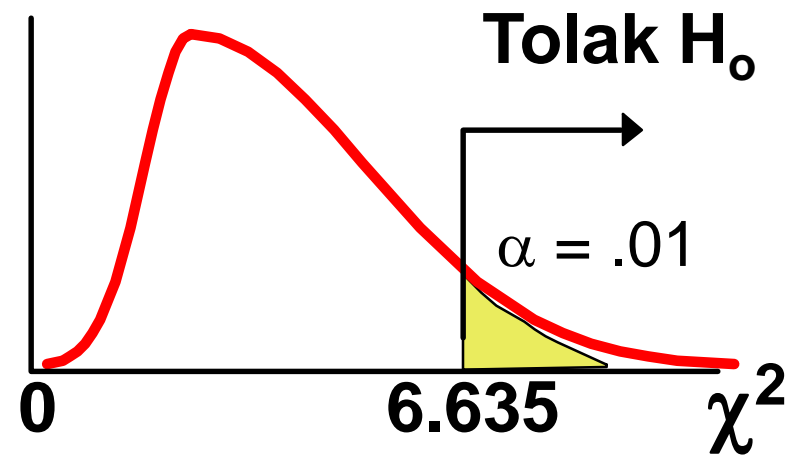
Tolak H_0 pada $\alpha = 0.01$

Kesimpulan:

Ada bukti bahwa proporsinya berbeda.

Note: Kesimpulan dgn Uji- χ^2 sama dgn menggunakan Uji-Z.

Ingat! Masing-masing frekuensi harapan harus ≥ 5 .



Uji χ^2 utk k Proporsi

- Memperluas Uji χ^2 utk Kasus Umum k Populasi Bebas
- Hanya utk Uji Kesamaan (=) Proporsi:
(Uji Dwi Arah, Bukan Uji Eka Arah)
- Satu Peubah dgn Beberapa Grup atau Taraf
- Menggunakan Tabel Kontingensi
- Asumsi:
 - Contoh Acak Bebas
 - Ukuran Contoh “Besar”
Semua Frekuensi Harapan ≥ 5

Uji χ^2 utk k Proporsi: Prosedur

1. Susun Hipotesis:

$$H_0: p_1 = p_2 = \dots = p_k$$

H_1 : Tdk Semua p_j Sama

2. Pilih α dan Susun Tabel Kontingensi

3. Hitung Proporsi Keseluruhan: $\bar{p} = \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_c}{n_1 + n_2 + \dots + n_c} = \frac{X}{n}$

4. Hitung Statistik Uji χ^2 :

$$\chi^2 = \sum_{ij} \frac{(f_{ij} - e_{ij})^2}{e_{ij}}$$

5. Tentukan Derajat Bebas

6. Bandingkan Statistik Uji dgn Nilai Tabel (nilai-p dari output komputer) dan Buat Keputusan

Uji χ^2 utk k Proporsi: Teladan

IPB sdg mengkaji merubah kurikulumnya dgn sistem Major-Minor. Suatu contoh Acak 100 mhs S1, 50 mhs S2/S3, dan 50 Dosen.

| Pendapat | mhs S1 | mhs S2/S3 | Dosen |
|-------------------|---------------|------------------|--------------|
| Setuju | 63 | 27 | 30 |
| Tdk Setuju | 37 | 23 | 20 |
| Total | 100 | 50 | 50 |



Ujilah pd taraf nyata .01 utk menentukan apakah pendapat ketiga kelompok tsb berbeda?.

Uji χ^2 utk k Proporsi: Teladan

1. Susun Hipotesis:

$$H_0: p_1 = p_2 = p_3$$

H_1 : Tidak Semua p_j Sama

✓ Semua frekuensi harapan besar

2. Tabel Kontingensi:

| Pendapat | mhs S1 | mhs S2/S3 | Dosen | Total |
|------------|--------|-----------|-------|-------|
| Setuju | 63 | 27 | 30 | 120 |
| Tdk Setuju | 37 | 23 | 20 | 80 |
| Total | 100 | 50 | 50 | 200 |

3. Hitung Proporsi Gabungan:

$$\bar{p} = \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_c}{n_1 + n_2 + \dots + n_c} = \frac{X}{n} = \frac{63 + 27 + 30}{100 + 50 + 50} = \frac{120}{200} = .60$$

Uji χ^2 utk k Proporsi: Teladan

4. Hitung Statistik Uji:

| f_{ij} | e_{ij} | $(f_{ij} - e_{ij})$ | $(f_{ij} - e_{ij})^2$ | $(f_{ij} - e_{ij})^2 / e_{ij}$ |
|----------|----------|---------------------|-----------------------|--------------------------------|
| 63 | 60 | 3 | 9 | .15 |
| 27 | 30 | -3 | 9 | .30 |
| 30 | 30 | 0 | 0 | .0 |
| 37 | 40 | -3 | 9 | .225 |
| 23 | 20 | 3 | 9 | .45 |
| 20 | 20 | 0 | 0 | .0 |

Statistik Uji $\chi^2 = 1.125$

Uji χ^2 utk k Proporsi: Solusi Soal

$$H_0: p_1 = p_2 = p_3$$

$$df = k - 1 = 3 - 1 = 2$$

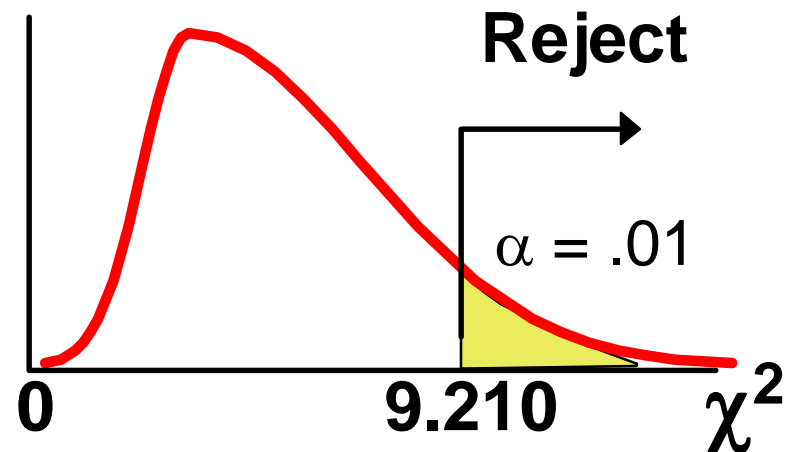
H_1 : Tidak Semua p_j Sama

Keputusan:

Do Not Reject H_0

Kesimpulan:

Tidak Ada bukti bahwa ada perbedaan pendapat diantara ketiga kelompok tsb.



Uji χ^2 utk Kebebasan 2 Peubah

- Menunjukkan apakah ada hubungan antara 2 peubah/faktor yg dikaji
 - Satu Contoh diambil
 - Masing-masing faktor punya 2 atau lebih respons
 - Tidak menunjukkan sifat hubungan
 - Tidak menunjukkan kausalitas
- Serupa dgn pengujian $p_1 = p_2 = \dots = p_k$
- Banyak digunakan dlm pemasaran dll
- Menggunakan Tabel kontingensi

Uji χ^2 utk Kebebasan: Procedur

1. Susun Hipotesis:

H_0 : 2 peubah kategori bebas

H_1 : 2 peubah kategori berhubungan

2. Pilih α dan Susun Tabel Kontingensi

3. Hitung Frekuensi Harapan/Teoritis: e_{ij}

4. Hitung Statistik Uji:

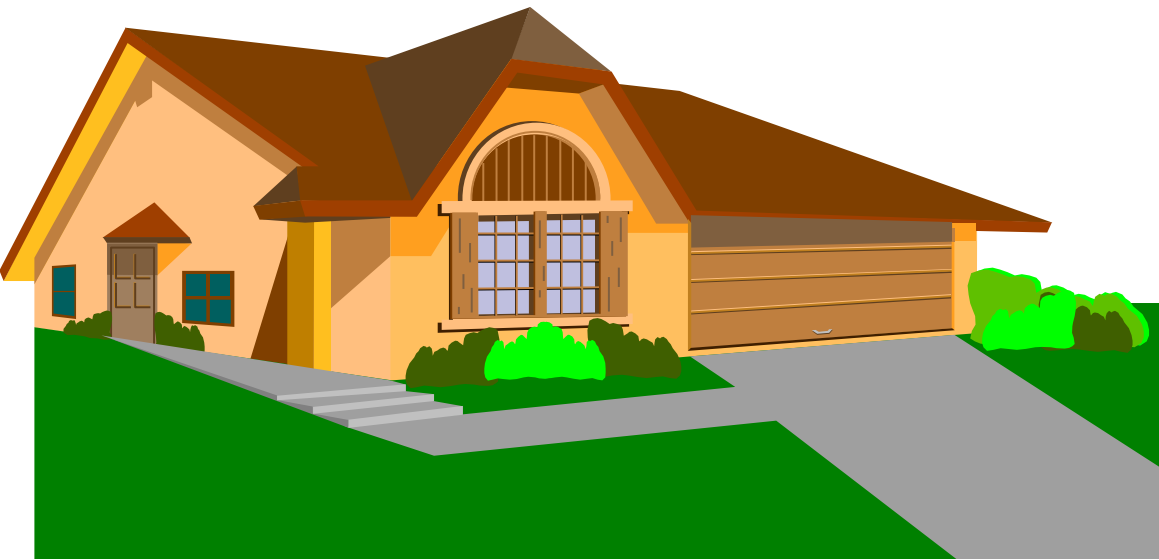
$$\chi^2 = \sum_{ij} \frac{(f_{ij} - e_{ij})^2}{e_{ij}}$$

5. Tentukan Derajat Bebas

6. Bandingkan Statistik Uji dgn Nilai Tabel (nilai-p dari output komputer) dan buat keputusan

Uji χ^2 utk Kebebasan: Teladan

Suatu Survey dilakukan utk menentukan apakah ada hubungan antara Keaktifan Kepala Keluarga (aktif atau tidak) dengan lokasi tempat tinggalnya (Kota atau Desa).



Berdasarkan data survey, ujilah pd taraf $\alpha = .01$ utk menentukan apakah ada hubungan antara keaktifan KK dgn lokasi tempat tinggal.

Uji χ^2 utk Kebebasan Teladan

- 1. Susun Hipotesis:

H_0 : 2 peubah kategori (Keaktifan dlm keg sosial dgn Lokasi tempat tinggal) bebas

H_1 : 2 peubah kategori berhubungan

- 2. Tabel Kontingensi:

| | | Lokasi Tempat Tinggal | | |
|----------------|-----------|-----------------------|------|-------|
| | | Kota | Desa | Total |
| Taraf Peubah 1 | Tdk Aktif | 10 | 20 | 30 |
| | Aktif | 5 | 25 | 30 |
| Total | | 15 | 45 | 60 |

Taraf Peubah 2

Uji χ^2 utk Kebebasan Frekuensi Harapan

- 3. Menghitung Frekuensi Harapan
 - Bebas Statistik : $P(A \text{ and } B) = P(A) \cdot P(B)$
 - Hitung peluang marginal (**baris & kolom**) & kalikan utk dpt peluang bersama
 - **Frekuensi Harapan** = ukuran contoh x peluang bersama
= (jml brs x jml kolom) / total keseluruhan

| | <u>Lokasi Rumah</u> | | | | Total |
|------------------|---------------------|------|-------------|------|--------------|
| | Kota | | Desa | | |
| Keaktifan | Obs. | Exp. | Obs. | Exp. | |
| Tdk Aktif | 10 | 7.5 | 20 | 22.5 | 30 |
| Aktif | 5 | 7.5 | 25 | 22.5 | 30 |
| Total | 15 | 15 | 45 | 45 | 60 |

$\frac{15 \cdot 30}{60}$ $\frac{45 \cdot 30}{60}$

Uji χ^2 utk Kebebasan Statistik Uji

4. Hitung Statistik Uji:
$$\chi^2 = \sum_{ij} \frac{(f_{ij} - e_{ij})^2}{e_{ij}}$$

| f_{ij} | e_{ij} | $(f_{ij} - e_{ij})$ | $(f_{ij} - e_{ij})^2$ | $(f_{ij} - e_{ij})^2 / e_{ij}$ |
|----------|----------|---------------------|-----------------------|--------------------------------|
| 10 | 7.5 | 2.5 | 6.25 | 0.8333 |
| 20 | 22.5 | -2.5 | 6.25 | 0.2777 |
| 5 | 7.5 | -2.5 | 6.25 | 0.8333 |
| 25 | 22.5 | 2.5 | 6.25 | 0.2777 |

Jumlah= **2.2200** = χ^2

Uji χ^2 utk Kebebasan: Solusi Soal

H_0 : 2 peubah kategori (Keaktifan dlm keg sosial dgn Lokasi tempat tinggal) bebas

H_1 : 2 peubah kategori berhubungan

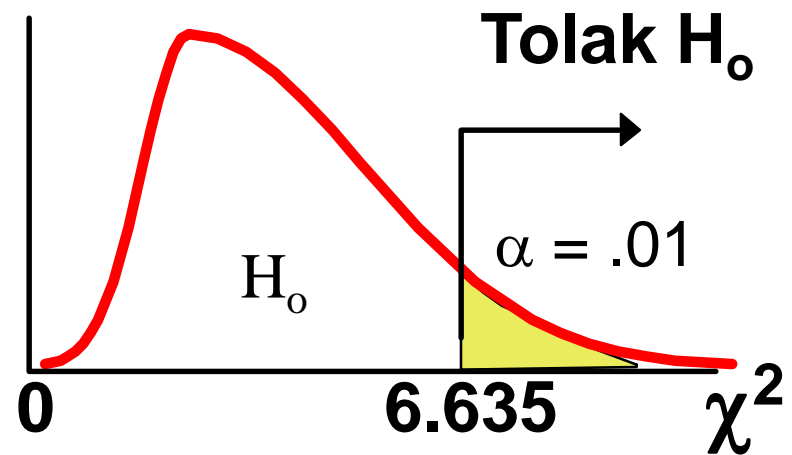
$$db = (b - 1)(k - 1) = 1$$

Keputusan:

Terima H_0 pada $\alpha = .01$

Kesimpulan:

Belum ada bukti bahwa ada hubungan antara keaktifan KK dgn lokasi tempat tinggalnya.



Latihan Uji Z vs Uji χ^2

- Voting hendak dilakukan diantara penduduk Jakarta dan Sekitarnya (DeBoTaBek) utk mengetahui pendapatnya mengenai larangan merokok di tempat umum. Jika dari contoh acak yg terambil, ternyata 120 dari 200 responden kota dan 240 dari 500 responden sekitarnya setuju mengenai larangan tsb, Ujilah apakah proporsi yg setuju sama saja?

Output Minitab: Uji Z

Test and CI for Two Proportions

| Sample | X | N | Sample p |
|--------|-----|-----|----------|
| 1 | 120 | 200 | 0.600000 |
| 2 | 240 | 500 | 0.480000 |

Difference = p (1) - p (2)

Estimate for difference: 0.12

95% CI for difference: (0.0392076, 0.200792)

**Test for difference = 0 (vs not = 0): Z = 2.87 P-Value =
0.004**

Tabulated statistics: Kota_Sekitar, Setuju_

Rows: Kota_Sekitar Columns: Setuju_

| | 0 | 1 | All |
|-----|-------|-------|--------|
| 1 | 80 | 120 | 200 |
| | 40.00 | 60.00 | 100.00 |
| | 97.1 | 102.9 | 200.0 |
| 2 | 260 | 240 | 500 |
| | 52.00 | 48.00 | 100.00 |
| | 242.9 | 257.1 | 500.0 |
| All | 340 | 360 | 700 |
| | 48.57 | 51.43 | 100.00 |
| | 340.0 | 360.0 | 700.0 |

Cell Contents: Count
 % of Row
 Expected count

Pearson Chi-Square = 8.235, DF = 1, P-Value = 0.004

Likelihood Ratio Chi-Square = 8.283, DF = 1, P-Value =
0.004

Uji χ^2 utk k Proporsi: Latihan Soal

$$\chi^2 = 6.234, p = .044$$

Dlm suatu penelitian, dikumpulkan data di bawah ini utk menentukan apakah proporsi produk yg cacat oleh pekerja yg bertugas pagi, sore, dan malam hari sama atau tidak.

| Produk | Pagi | Sore | Malam |
|------------------|-------------|-------------|--------------|
| Cacat | 45 | 55 | 30 |
| Tdk Cacat | 905 | 890 | 20 |
| Total | 950 | 945 | 50 |



Ujilah pd taraf nyata .05 utk menentukan apakah proporsi produk yg cacat sama utk ketiga waktu kerja?.

| Peubah A | Peubah B | | | | Jumlah Baris |
|-----------------|-----------------|-----------------|-----|-----------------|------------------|
| | B ₁ | B ₂ | ... | B _k | |
| A ₁ | n ₁₁ | n ₁₂ | ... | n _{1k} | n _{1..} |
| A ₂ | n ₂₁ | n ₂₂ | ... | n _{2k} | n _{2.} |
| ... | ... | ... | ... | ... | ... |
| A _b | n _{b1} | n _{b2} | ... | n _{bk} | n _{b.} |
| Jumlah Kolom | n _{.1} | n _{.2} | ... | n _{.k} | n _{..} |

$n_{ij} = f_{ij}$: frekuensi pengamatan baris i kolom j

$$n_{i.} = \sum_{j=1}^k n_{ij} = n_{i1} + \dots + n_{ik}$$

$$n_{.j} = \sum_{i=1}^b n_{ij} = n_{1j} + \dots + n_{bj}$$

$$n_{..} = \sum_{i=1}^b \sum_{j=1}^k n_{ij} = n_{11} + \dots + n_{bk}$$

$$P(A_i) = n_{i.} / n_{..}$$

$$P(B_j) = n_{.j} / n_{..}$$

Jika peubah A dan peubah B bebas, peluang individu dalam sel (i,j):

$$P(A_i \cap B_j) = P(A_i) P(B_j) = n_{i.} / n_{..} \cdot n_{.j} / n_{..}$$

Frekuensi harapannya (jika bebas) dalam sel (i,j):

$$e_{ij} = P(A_i \cap B_j) n_{..} = n_{i.} \cdot n_{.j} / n_{..}$$

$$\chi^2 = \sum_{ij} \frac{(n_{ij} - e_{ij})^2}{e_{ij}} = \sum_{ij} \frac{(n_{ij}^2 - 2n_{ij}e_{ij} + e_{ij}^2)}{e_{ij}} = \sum_{ij} \frac{n_{ij}^2}{e_{ij}} - n_{..}$$

| Peubah A | Peubah B | | Jumlah Baris |
|----------------|-----------------|-----------------|------------------|
| | B ₁ | B ₂ | |
| A ₁ | n ₁₁ | n ₁₂ | n _{1..} |
| A ₂ | n ₂₁ | n ₂₂ | n _{2.} |
| Jumlah Kolom | n _{.1} | n _{.2} | n _{..} |

Untuk Tabel 2x2 :

$$\chi^2 = \frac{(n_{11}n_{22} - n_{12}n_{21})^2 n_{..}}{n_{1.}n_{2.}n_{.1}n_{.2}}$$

- Uji ini semakin baik jika n besar.
- Supaya frekuensi sel besar, dapat menggabungkan kategori-kategori, asalkan logis.

Jika ada beberapa sel (maks 20%) mempunyai $5 \leq e_{ij} \leq 10$, gunakan **koreksi kekontinuan Yate:**

$$\chi^2 = \sum_{ij} \frac{(|n_{ij} - e_{ij}| - 0.5)^2}{e_{ij}}$$

$$\chi^2 = \frac{\left(|n_{11}n_{22} - n_{12}n_{21}| - \frac{n_{..}}{2} \right)^2 n_{..}}{n_{1.}n_{2.}n_{.1}n_{.2}}$$

Untuk Tabel 2x2 :

Apakah ada hubungan antara motivasi kerja pegawai dengan kinerjanya, dari 2 kasus berikut?

Kasus I

| | Kinerja | |
|----------|-------------|-------------|
| Motivasi | baik | kurang |
| tinggi | 30 (0.6) | 20 (0.4) |
| kurang | 25 (0.5) | 25 (0.5) |

$$\chi^2 = 1.01; \quad p=0.315$$

Kasus II

| | Kinerja | |
|----------|--------------|--------------|
| Motivasi | baik | kurang |
| tinggi | 120 (0.6) | 80 (0.4) |
| kurang | 100 (0.5) | 100 (0.5) |

$$\chi^2 = 4.04; \quad p=0.044$$

Proporsi karyawan yg **kinerjanya baik** dari yg **bermotivasi tinggi**= 0.6 (utk kedua kasus)

Proporsi karyawan yg **kinerjanya baik** dari yg **bermotivasi kurang**= 0.5 (utk kedua kasus)

Dgn 100 sampel (kasus I), belum cukup bukti/kuat utk menyimpulkan bahwa ada hubungan antara motivasi dengan kinerja.

Dgn 400 sampel (kasus II), dpt disimpulkan bahwa makin tinggi motivasi kerja karyawan, makin baik kinerjanya.

Tabel Kontingensi Klasifikasi Tiga Arah

Pegawai Negeri Sipil

| | Kinerja | |
|----------|---------|--------|
| Motivasi | baik | kurang |
| tinggi | 40 | 20 |
| kurang | 20 | 30 |

Karyawan Swasta

| | Kinerja | |
|----------|---------|--------|
| Motivasi | baik | kurang |
| tinggi | 20 | 40 |
| kurang | 15 | 25 |

- Apakah ada hubungan antara Motivasi Kerja dengan Kinerja? (Tanpa memperhatikan Status Pekerjaannya)
- Apakah ada hubungan antara Motivasi Kerja dengan Kinerjanya untuk kelompok Pegawai Negeri Sipil?
- Apakah ada hubungan antara Motivasi Kerja dengan Kinerjanya untuk kelompok Karyawan Swasta?
- Apakah hubungan antara Motivasi Kerja dengan Kinerja tergantung dari status pekerjaannya?

Data Survey yg Diamati dari 200 Kepala Keluarga (KK) yg Tinggal Di Suatu Daerah:

| KK | Pendi- dikan | Jumlah Anak | Merokok | Hiper- tensi | Income | Konsum- si | Status Pekerjaan |
|------------|-----------------|----------------|----------|-----------------|------------|---------------|---------------------|
| 1 | 2 | 4 | 1 | 0 | 450 | 400 | 1 |
| 2 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1000 | 850 | 0 |
| 3 | 1 | 7 | 0 | 0 | 175 | 150 | 0 |
| 4 | 3 | 1 | 2 | 1 | 600 | 500 | 1 |
| 5 | 1 | 5 | 2 | 0 | 750 | 600 | 1 |
| . | . | . | . | . | . | . | . |
| . | . | . | . | . | . | . | . |
| . | . | . | . | . | . | . | . |
| 200 | 3 | 1 | 2 | 1 | 680 | 480 | 1 |

Banyaknya Kepala Keluarga Menurut Tingkat Pendidikan dan Jumlah Anak

(Tabel Kontingensi 3x8 atau Tabel Dua-Arah)

| Pendidikan | Jumlah Anak | | | | | | | | Jumlah |
|------------------|-------------|----|----|----|----|----|---|---|--------|
| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | |
| \leq SLTP | 6 | 8 | 18 | 19 | 23 | 6 | 1 | 1 | 82 |
| SLTA | 10 | 9 | 27 | 15 | 10 | 6 | 1 | 0 | 78 |
| Perguruan Tinggi | 4 | 13 | 4 | 8 | 8 | 2 | 0 | 0 | 39 |
| | 20 | 30 | 49 | 41 | 41 | 14 | 2 | 1 | 199 |

Banyaknya Kepala Keluarga Menurut Tingkat Pendidikan dan Jumlah Anak yg sudah dikategorikan

| Pendidikan | Jumlah Anak | | | Jumlah |
|---------------------|------------------|----------------|---------------|---------------|
| | 0 – 1 Sedikit | 2 – 3 Cukup | ≥ 4 Banyak | |
| ≤ SLTP | 14 (17%) | 37 (45%) | 31 (38%) | 82 (100%) |
| SLTA | 19 (24%) | 42 (54%) | 17 (22%) | 78 (100%) |
| Perguruan Tinggi | 17 (44%) | 12 (31%) | 10 (26%) | 39 (100%) |
| Jumlah | 50 (25%) | 91 (46%) | 58 (29%) | 199 (100%) |

Banyaknya Kepala Keluarga Menurut Tingkat Pendidikan, Jumlah Anak dan Jenis Pekerjaan (Tabel Tiga-arah)

| Jenis Pekerjaan | Pendidikan | Jumlah Anak | | | Jumlah |
|-----------------|-------------|-------------|-------|----------|--------|
| | | 0 - 1 | 2 - 3 | ≥ 4 | |
| Petani | \leq SLTP | 7 | 18 | 15 | 40 |
| | SLTA | 9 | 21 | 8 | 38 |
| | PT | 8 | 6 | 5 | 19 |
| Bukan Petani | \leq SLTP | 7 | 19 | 16 | 42 |
| | SLTA | 10 | 21 | 9 | 40 |
| | PT | 9 | 6 | 5 | 20 |
| Jumlah | | 50 | 91 | 58 | 199 |

UJI EKSAK FISHER

Jika sudah Tabel 2x2 tapi frekuensi sel tetap kecil, misalnya

| Peubah | Peubah B | | Jumlah Baris |
|----------------|----------------|----------------|--------------|
| | B ₁ | B ₂ | |
| A ₁ | 3 | 9 | 12 |
| A ₂ | 12 | 5 | 17 |
| Jumlah Kolom | 15 | 14 | 29 |

Peluang tepat mendapatkan pola frekuensi seperti dlm tabel jika H₀ benar (A & B bebas):

Misal dari semua individu (n_{..}), jika diambil n_{1.} contoh A₁, maka peluang mendptkan tepat n₁₁ kategori B₁ dan n₁₂ kategori B₂ adalah sbb:

Sebaran Hipergeometrik

$$P_{(n_{11}, n_{12})} = \frac{\binom{n_{.1}}{n_{11}} \binom{n_{.2}}{n_{12}}}{\binom{n_{..}}{n_{1.}}} = \frac{n_{.1}! n_{.2}! n_{1.}! n_{2.}!}{n_{..}! n_{11}! n_{12}! n_{21}! n_{22}!} = 0.01755252$$

Menentukan p -value (peluang salah dlm memutuskan H_1)

Misal frekuensi terkecil adalah a di sel $(1,1)$. Jika jumlah marginal tetap, tabel frekuensi yang kondisinya “jauh dari H_0 ” ada a kemungkinan lagi.

| Peubah A | Peubah B | | Jumlah Baris |
|--------------|----------|-------|--------------|
| | B_1 | B_2 | |
| A_1 | 3 | 9 | 12 |
| A_2 | 12 | 5 | 17 |
| Jumlah Kolom | 15 | 14 | 29 |

| Peubah A | Peubah B | | Jumlah Baris |
|--------------|----------|-------|--------------|
| | B_1 | B_2 | |
| A_1 | 2 | 10 | 12 |
| A_2 | 13 | 4 | 17 |
| Jumlah Kolom | 15 | 14 | 29 |

| Peubah A | Peubah B | | Jumlah Baris |
|--------------|----------|-------|--------------|
| | B_1 | B_2 | |
| A_1 | 1 | 11 | 12 |
| A_2 | 14 | 3 | 17 |
| Jumlah Kolom | 15 | 14 | 29 |

| Peubah A | Peubah B | | Jumlah Baris |
|--------------|----------|-------|--------------|
| | B_1 | B_2 | |
| A_1 | 0 | 12 | 12 |
| A_2 | 15 | 2 | 17 |
| Jumlah Kolom | 15 | 14 | 29 |

Arah hubungan (H_1) sudah ditentukan dulu → uji eka arah

Menentukan p -value (peluang salah dlm memutuskan H_1)

$$P\text{-value} = \sum_{i=0}^{a=n_{11}} P_i \quad i : \text{jumlah frekuensi di sel}(1,1)$$

| Peubah A | Peubah B | | Jumlah Baris |
|----------------|----------------|----------------|--------------|
| | B ₁ | B ₂ | |
| A ₁ | a | b | 12 |
| A ₂ | c | d | 17 |
| Jumlah Kolom | 15 | 14 | 29 |

Mis. utk $i=k$, tabelnya sebelah kiri

$$P_k = \frac{n_{.1}!n_{.2}!n_{1.}!n_{2.}!}{n_{..}!a_k!b_k!c_k!d_k!}$$

| Peubah A | Peubah B | | Jumlah Baris |
|----------------|----------------|----------------|--------------|
| | B ₁ | B ₂ | |
| A ₁ | a+1 | b-1 | 12 |
| A ₂ | c-1 | d+1 | 17 |
| Jumlah Kolom | 15 | 14 | 29 |

utk $i=k+1$, tabelnya sebelah kiri

$$P_{(k+1)} = \frac{n_{.1}!n_{.2}!n_{1.}!n_{2.}!}{n_{..}!(a_k+1)!(b_k-1)!(c_k-1)!(d_k+1)!}$$

$$P_{(k+1)} = \frac{b_k c_k}{(a_k + 1)(d_k + 1)} P_k$$

Menentukan p -value (peluang salah dlm memutuskan H_1)

| Peubah A | Peubah B | | Jumlah Baris |
|----------------|----------------|----------------|--------------|
| | B ₁ | B ₂ | |
| A ₁ | 0 | 12 | 12 |
| A ₂ | 15 | 2 | 17 |
| Jumlah Kolom | 15 | 14 | 29 |

$$P_k = \frac{n_{.1}!n_{.2}!n_{1.}!n_{2.}!}{n_{..}!a_k!b_k!c_k!d_k!}$$

$$P_0 = \frac{14!17!}{29!2!} = 0.17535 \times 10^{-5}$$

| Peubah A | Peubah B | | Jumlah Baris |
|----------------|----------------|----------------|--------------|
| | B ₁ | B ₂ | |
| A ₁ | 1 | 11 | 12 |
| A ₂ | 14 | 3 | 17 |
| Jumlah Kolom | 15 | 14 | 29 |

$$P_{(k+1)} = \frac{b_k c_k}{(a_k + 1)(d_k + 1)} P_k$$

$$P_{(1)} = \frac{12(15)}{1(3)} P_0 = 10.521 \times 10^{-5}$$

Menentukan *p-value* (peluang salah dlm memutuskan H_1)

| Peubah A | Peubah B | | Jumlah Baris |
|----------------|----------------|----------------|--------------|
| | B ₁ | B ₂ | |
| A ₁ | 2 | 10 | 12 |
| A ₂ | 13 | 4 | 17 |
| Jumlah Kolom | 15 | 14 | 29 |

$$P_{(k+1)} = \frac{b_k c_k}{(a_k + 1)(d_k + 1)} P_k$$

$$P_{(2)} = \frac{11(14)}{2(4)} P_1 = 202.529 \times 10^{-5}$$

| Peubah A | Peubah B | | Jumlah Baris |
|----------------|----------------|----------------|--------------|
| | B ₁ | B ₂ | |
| A ₁ | 3 | 9 | 12 |
| A ₂ | 12 | 5 | 17 |
| Jumlah Kolom | 15 | 14 | 29 |

$$P_{(3)} = \frac{10(13)}{3(5)} P_2 = 1755.252 \times 10^{-5}$$

$$P\text{-value} = P_0 + P_1 + P_2 + P_3 = 0.0197 < \alpha \rightarrow H_1$$

Kesimpulan: Ada hubungan antara Peubah A dgn Peubah B

Ukuran Keeratan Hubungan

- Apakah Hubungan tsb signifikan dlm pengertian hubungan yg kuat (bermakna)
- Risiko kesalahan (α) tgt ukuran contoh
- Jika proporsi dlm sel tdk berubah, nilai statistik uji naik k kali sesuai kenaikan n .
- Suatu perbedaan proporsi dpt signifikan atau tidak secara statistika, tanpa melihat signifikan dlm pengertian lain (bermakna)
- Utk Tabel 2x2, perbedaan proporsi dpt digunakan ukuran kekuatan hubungan. Bgm dgn Tabel IxJ ?
- Hubungan signifikan tgt 2 faktor: kekuatan Hubungan dan ukuran contoh

Koefisien Phi: $\Phi^2 = \chi^2/n_{..}$

Kasus I

| | Kinerja | |
|----------|-------------|-------------|
| Motivasi | baik | kurang |
| tinggi | 30 (0.6) | 20 (0.4) |
| kurang | 25 (0.5) | 25 (0.5) |

$$\chi^2 = 1.01; \quad p=0.315$$

$$\Phi^2 = 0.0101$$

Kasus II

| | Kinerja | |
|----------|--------------|--------------|
| Motivasi | baik | kurang |
| tinggi | 120 (0.6) | 80 (0.4) |
| kurang | 100 (0.5) | 100 (0.5) |

$$\chi^2 = 4.04; \quad p=0.044$$

$$\Phi^2 = 0.0101$$

- Utk Tabel 2x2, maksimum $\Phi^2 = 1$
- Utk Tabel b x k, Φ^2 dpt > 1

Koefisien Tschuprow (T^2)

$$T^2 = \frac{\chi^2}{n \cdot \sqrt{(b-1)(k-1)}} = \frac{\phi^2}{\sqrt{(b-1)(k-1)}}$$

- Utk Tabel $b=k$, $T^2 \leq 1$
- Utk Tabel $b \neq k$, $T^2 < 1$

Koefisien Cramer (V^2)

$$V^2 = \frac{\chi^2}{n \cdot \text{Min}(b-1, k-1)} = \frac{\phi^2}{\text{Min}(b-1, k-1)}$$

- Utk Tabel 2xk, $V^2 = \Phi^2$

Koefisien Kontingensi Pearson (C)

$$C = \sqrt{\frac{\chi^2}{\chi^2 + n_{..}}}$$

$$\text{Maks } C = \sqrt{\frac{n_{..}}{n_{..} + n_{..}}} = 0.707$$

Mudah diinterpretasi: C =
(koreksi)

$$\frac{1}{0.707} \sqrt{\frac{\chi^2}{\chi^2 + n_{..}}}$$

- Supaya, $C \leq 1$

Koefisien Yule (Q), utk Tabel 2x2

$$Q = \frac{n_{11}n_{22} - n_{12}n_{21}}{n_{11}n_{22} + n_{12}n_{21}}$$

$$-1 \leq Q \leq +1$$

| Peubah A | Peubah B | | Jumlah Baris |
|----------------|----------------|----------------|--------------|
| | B ₁ | B ₂ | |
| A ₁ | 30 | 0 | 30 |
| A ₂ | 10 | 50 | 60 |
| Jumlah Kolom | 40 | 50 | 90 |

| Peubah A | Peubah B | | Jumlah Baris |
|----------------|----------------|----------------|--------------|
| | B ₁ | B ₂ | |
| A ₁ | 40 | 0 | 40 |
| A ₂ | 10 | 50 | 60 |
| Jumlah Kolom | 50 | 50 | 100 |

Note:

Koef Yule: $Q_1 = Q_2 = 1$

Tapi Koef Phi:

$\Phi^2_1 = 0.429$ dan

$\Phi^2_1 = 0.667$

Odds Ratio (α)

Odds: ratio individu-individu yg kategorinya berbeda dlm satu peubah, tapi kategorinya sama dlm peubah yg lain

Utk Tabel 2x2: $\frac{n_{11}}{n_{21}}$, $\frac{n_{12}}{n_{22}}$, $\frac{n_{11}}{n_{12}}$ atau $\frac{n_{21}}{n_{22}}$

$$\alpha = \frac{\frac{n_{11}}{n_{21}}}{\frac{n_{12}}{n_{22}}} = \frac{\frac{n_{11}}{n_{12}}}{\frac{n_{21}}{n_{22}}} = \frac{n_{11}n_{22}}{n_{12}n_{21}}$$

- Tdk pernah negatif
- Jika nilai odds sama ($\alpha=1$), maka kedua peubah bebas